

Серия 3. Дополнительные задачи

1. В остроугольном равнобедренном треугольнике ABC ($AB = AC$) отмечены центр O описанной окружности и центр I вписанной окружности. Точка D лежит на стороне AC . Докажите, что $AB \parallel ID$ тогда и только тогда, когда $CI \perp OD$.
2. Пусть X — точка пересечения диагоналей трапеции $ABCD$ ($AD \parallel BC$) с перпендикулярными диагоналями. На стороне AD отметили точку K . Описанные окружности треугольников $AХК$, $DХК$ вторично пересекают отрезки AB , CD в точках M , N соответственно. Докажите, что центр описанной окружности треугольника MKN лежит на средней линии трапеции.
3. Дан параллелограмм $ABCD$ с острым углом при вершине A . На дуге AB описанной окружности треугольника ABD , не содержащей точки D , выбрана точка P . Луч PA пересекает луч CD в точке Q . Точка O — центр описанной окружности треугольника CPQ . Докажите, что если $O \neq D$, то $OD \perp AD$.