

## Отборочная олимпиада

1. Два вора украли 101 кошелек с золотыми монетами: в первом кошельке лежит одна монета, во втором — две, в третьем — три, ..., в 101ом кошельке лежит 101 монета. Они по очереди забирают себе по одному кошельку. Первый вор ходит первым. Второй вор хочет, чтобы в самом конце суммарное число монет в его кошельках была кратно 50. Сможет ли первый вор ему помешать?
2. У Коцея есть 100 сундуков, по 100 золотых монет в каждом. Однажды он переложил несколько золотых монет из сундука в сундук так, что
  - каждую монету он переложил не более одного раза;
  - в итоге во всех сундуках оказалось разное количество монет.

Докажите, что из одного из сундуков забрали монет не меньше, чем их в нём оказалось в конце.

3. На координатной плоскости нарисовали графики 100 квадратных трёхчленов вида  $y = ax^2 + 2a^2x - (2a + 1)^2$  при  $a = 1, 2, \dots, 100$ . Затем отметили красным все точки плоскости, через которые проходят хотя бы два нарисованных графика. Сколько получилось различных красных точек?
4. В окружность вписан выпуклый четырёхугольник  $ABCD$ , причём отрезок  $AD$  — диаметр окружности. Точки  $M, K, N$  — середины отрезков  $AB, BC, CD$  соответственно. Докажите, что прямая  $MN$  параллельна прямой, соединяющей центры описанных окружностей треугольников  $ABK$  и  $CDK$ .
5. В начале на каждой клетке доски  $10 \times 10$  стоит по одной шашке — они считаются столбиками из одной шашки (а в процессе игры будут образовываться столбики и из нескольких шашек). За один ход разрешается переставить любой столбик на непустую клетку ходом ферзя: по вертикали, горизонтали или диагонали на столько клеток, сколько в нём шашек (то есть, столбик из одной шашки ходит на соседнюю клетку, из двух шашек — прыгает через клетку и т. п.). Когда столбик попал на клетку, он ставится на верх стоящего там столбика и объединяется с ним. Можно ли за несколько ходов собрать все шашки на одной клетке?