

Лемма об изогоналях. Ещё три задачи.

1. Вписанная окружность треугольника ABC касается сторон BC , CA и AB в точках D , E и F соответственно. Точка K является проекцией точки D на прямую EF . Докажите, что центр I вписанной окружности треугольника ABC и ортоцентр H лежат на изогоналях относительно развернутого угла FKE (DK — биссектриса угла HKI).
2. Из точки N , лежащей на биссектрисе внешнего угла B треугольника ABC , проведены касательные NP и NQ к вписанной окружности треугольника. Докажите, что прямые BP и BQ высекают на вписанной окружности равные хорды.
3. В остроугольном треугольнике ABC , вписанном в окружность ω с центром O , высоты AD , BE , CF пересекаются в ортоцентре H . Описанная окружность треугольника ADO повторно пересекает ω в точке P . Докажите, что PE и PF являются изогоналями относительно угла BPC .