

## Набор попарных сумм

Пусть дан набор из  $n$  чисел  $a_1, a_2, \dots, a_n$ . Тогда набором попарных сумм называется  $C_n^2 = \frac{n(n-1)}{2}$  чисел вида  $a_i + a_j$ , где  $1 \leq i < j \leq n$ .

- Петя задумал **(а)** 3 **(б)** 5 рациональных чисел и сказал в некотором порядке Васе набор попарных сумм. Докажите, что Вася может восстановить, какие числа задумал Петя.
- Докажите, что по набору попарных сумм набора из 6 чисел можно восстановить сумму **(а)** квадратов **(б)** кубов исходных 6 чисел.
- (а)** Приведите пример двух наборов из четырех чисел, у которых совпадают наборы попарных сумм.  
**(б)** Пусть  $b_1 < b_2 < b_3 < b_4 < b_5 < b_6$  — набор попарных сумм некоторого набора из четырех чисел. Докажите, что существует еще один набор из четырех чисел с тем же набором попарных сумм.
- Докажите, что для  $n = 2^k$  существует 2 набора по  $n$  чисел в каждом, наборы попарных сумм которых совпадают.
- Докажите, что для набора  $n$  различных чисел  $a_1, \dots, a_n$  количество различных сумм вида  $a_i + a_j$ , где  $(i < j)$ ,  
**(а)** не менее  $2n - 3$ .  
**(б)** может быть любым числом из диапазона  $[2n - 3, \frac{n(n-1)}{2}]$