Номер команды: ____________

Игра в "Хамовниках". 2020-2021 учебный год. 7 класс.

Первый раунд

1. **(5 баллов).** Малыш подарил Карлсону пакетик с шоколадными конфетами и пакетик с карамельками. Карлсон сначала съел три четверти всех шоколадных конфет и две трети всех карамелек, а потом съел две трети оставшихся шоколадных конфет и три четверти оставшихся карамелек. Фрекен Бок установила, что Карлсон получил в подарок меньше 200 конфет, а не съеденными осталось больше 15 конфет (карамельки — тоже конфеты). Сколько конфет съел Карлсон?

Ответ: ____________

2. **(6 баллов).** Какое наибольшее количество натуральных чисел, не превосходящих 1000, можно выбрать таким образом, чтобы никакая сумма двух выбранных чисел не делилась на их разность?

Ответ: ____________

3. **(7 баллов).** За круглым столом сидят $20 \geqslant n \geqslant 5$ депутатов. После оживлённой дискуссии некоторые из них дали другим пощёчины. Оказалось, что если взять любых двоих депутатов, сидящих рядом за столом, то каждый из остальных $n-2$ депутатов дал пощёчину хотя бы одному из этих двоих. Причем никакие двое из них не дали пощёчины друг другу. При каких n такое могло быть?

Ответ: ____________

4. **(8 баллов).** На белой плоскости проведено 10 прямых общего положения (т. е. никакие две не параллельны и никакие три не проходят через одну точку). Они разбили плоскость на куски. За ход можно перекрасить (белые — в черный цвет, а черные — в белый) все куски с одной из сторон от любой из проведенных прямых. Сколько различных раскрасок плоскости можно получить такими операциями?

Ответ: ____________

5. **(8 баллов).** В треугольнике ABC $\angle C = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle B$, точка M — середина стороны BC, $\angle AMC = 45^\circ$. Найдите $\angle ACM$.

Ответ: ____________

6. **(8 баллов).** Вася придумал 100 различных натуральных чисел и выписал на доску все 4950 попарных сумм этих чисел. Какое наибольшее количество степеней пятерки может быть среди выписанных Васей чисел?

Ответ: ____________

Номер команды: ____________

Игра в "Хамовниках". 2020-2021 учебный год. 7 класс.

Второй раунд

1. **(5 баллов).** Длина круга стадиона равна 400м. Три бегуна одновременно стартовали в часовом забеге с одной стартовой линии, каждый – со своей постоянной скоростью. Первый бегун пробежал 20 км, второй – 19 км, третий – 18,1 км. Сколько раз во время этого забега один из бегунов обгонял другого?

Ответ: __________________

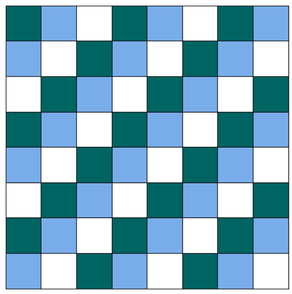
2. **(6 баллов).** В волейбольном однокруговом турнире играют 15 команд (каждая команда с каждой играет ровно один раз, ничьих нет). Команда считается выступившей хорошо, если она проиграла не более двух матчей. Найдите наибольшее возможное число команд, выступивших хорошо.

Ответ: __________________

3. **(7 баллов).** Вычислите сумму $\frac{1}{2[\sqrt{1}]+1}+\frac{1}{2[\sqrt{2}]+1}+\frac{1}{2[\sqrt{3}]+1}+\ldots+\frac{1}{2[\sqrt{10000}]+1}$. Здесь $[x]$ обозначает целую часть числа x, то есть наибольшее целое число, не превосходящее x. Например, $[10]=10$, $[4,9]=4$, $[\pi]=3$.

Ответ: __________________

4. **(7 баллов).** Вася раскрасил клетки доски 8×8 в три цвета как показано на рисунке. Он хочет расставить на клетках доски 8 не бьющих друг друга ладей так, чтобы все они стояли на клетках одного цвета. Сколькими способами он может это сделать?



Ответ: __________________

5. **(8 баллов).** Студентам ФПМИ раздали карточки с натуральными числами от 1 до 100. Оказалось, что в сумме у любых четырёх студентов есть все карточки с числами от 1 до 100. Какое максимальное число человек может учиться на ФПМИ, если каждый студент получил не более одной карточки каждого вида и у любых двух студентов наборы карточек разные?

Ответ: __________________

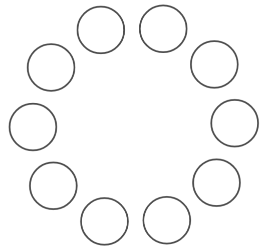
6. **(8 баллов).** В треугольнике ABC угол B равен 80°. На стороне BC отмечена точка D такая, что $AB=AD=CD$; на стороне AB отмечена точка F такая, что $AF=BD$; на продолжении стороны BC за точку C отмечена точка E такая, что $DE=AC$. Найдите $\angle BEF$.

Ответ: __________________

Игра в “Хамовниках”. 2020-2021 учебный год. 7 класс.

Третий раунд

1. **(6 баллов).** Петя выписал по кругу в некотором порядке все целые числа от 1 до 8 и затем отметил те из них, которые равны сумме двух своих соседей. Какое наибольшее количество чисел могло быть отмечено? Приведите ответ и пример.



Ответ: ___________________

2. **(6 баллов).** На стороне AC равнобедренного треугольника ABC ($AB = AC$) отмечена точка D, такая, что $BD = BC$. На стороне AB отмечена точка E, такая, что $EB = ED$, а на продолжении отрезка DE за точку E — точка F, такая, что $FD = BC$. Точка G — основание перпендикуляра, опущенного из точки F на сторону AB. Оказалось, что $GB = GF$. Найдите угол BAC.

Ответ: ___________________

3. **(7 баллов).** Натуральные числа расставлены в бесконечной таблице по спирали так, как указано на рисунке. В какой клетке (считая от числа 1) будет находиться число 2525? (например, число 10 находится на одну строчку ниже и на два столбца правее).

17	16	15	14	13
18	5	4	3	12
...	6	1	2	11
	7	8	9	10

Ответ: ___________________

4. **(7 баллов).** Пусть $S(x)$ – сумма цифр натурального числа x.
Известно, что $S(n)+S(n+1) = 100$, $S(n+1)+S(n+2) = 75$. При каком наименьшем n такое могло быть?

Ответ: ___________________

5. **(8 баллов).** Том к полудню покрасил круглый забор, состоящий из $40 \geqslant 2n \geqslant 6$ досок: каждую доску — в один из четырёх цветов. Теперь каждую минуту он выбирает три соседние доски трёх различных цветов и перекрашивает их в четвёртый цвет. Для каких n Том может перекрашивать забор бесконечно долго?

Ответ: ___________________

6. **(8 баллов).** Из натурального числа a, не делящегося на 10, вычеркнули три нуля подряд. В результате получилось число b. Оказалось, что a делится на b. Найдите наименьшее возможное значение $\frac{a}{b}$.

Ответ: ___________________

Номер команды: ___________

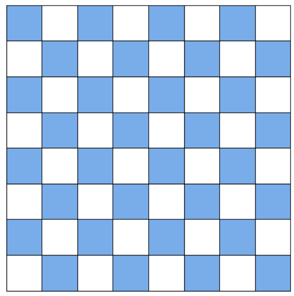
Игра в "Хамовниках". 2020-2021 учебный год. 7 класс.

Четвёртый раунд

1. **(5 баллов).** Обозначим сумму всех делителей числа 100! (включая 1 и 100!) как x. Чему равна сумма делителей числа 101!?

   Ответ: _________________

2. **(6 баллов).** Шахматная фигура «недоферзь» бьёт почти как обычный ферзь, но не может бить на 7 клеток по вертикали, горизонтали и диагонали (обычный - может). Какое наибольшее количество недоферзей можно поставить на доску 8×8 так, чтобы они не били друг друга? Приведите ответ и пример.

   Ответ: _________________

3. **(7 баллов).** Найдите сумму всех шестизначных чисел, в которых встречаются только единицы, двойки и тройки, а любые две соседние цифры отличаются на 1.

   Ответ: _________________

4. **(7 баллов).** За какое наименьшее положительное время часовая и минутная стрелки часов могут поменяться местами? (Т.е. минутная стрелка должна оказаться на исходном месте часовой, а часовая. — на исходном месте минутной.)

   Ответ: _________________

5. **(8 баллов).** На доске написано натуральное число n. Вася и Петя играют в игру: Вася начинает и может своим ходом вычесть из написанного числа любой натуральный делитель этого числа. Петя своим ходом может вычесть из написанного числа любой натуральный делитель числа на 1 большего, чем написанное. Результат выписывают на доску вместо написанного числа. Проигрывает тот, кто первым получит не натуральное число. При каких n от 1 до 100 Вася выиграет?

   Ответ: _________________

6. **(9 баллов).** Разрежьте данную фигуру на 3 части и сложите из них равносторонний треугольник.