

Подсчёт числа способов.

Задача 1. (на ответ)

Все натуральные числа от 1 до 50 выписали подряд слева направо:

123456789101112...484950.

Сколько существует способов вычеркнуть почти все цифры полученного числа (кроме четырех), чтобы оставшиеся четыре цифры образовали (без перестановок) число 2006?

Задача 2. (на ответ)

Найдите количество таких троек натуральных чисел (a, b, c) , что

$a < b < c < 2021$ и $b - a = c - b$.

Задача 3. (на ответ)

Сколько существует раскрасок доски 8×8 таких, что при перестановке строк местами и столбцов местами можно получить доску с шахматной раскраской?

Задача 4. (на ответ)

Найдите количество способов раздать n детей конфеты так, чтобы каждому ребенку досталось не более двух конфет (возможно, ни одной), и общее количество конфет делилось на 3.

В ответ запишите количество способов для $n = 10$.

Задача 5.

Сколькими способами можно покрасить натуральные числа от 1 до 2^n в синий и зеленый цвета так, чтобы из любых двух различных чисел $a, b \leq 2^n$, сумма которых равняется степени двойки, ровно одно было зеленым?

Задача 6.

В обществе из n членов каждое непустое подмножество считается комиссией. В каждой комиссии нужно выбрать одного из членов председателем, соблюдая правило: если комиссия S является объединением нескольких меньших комиссий (возможно, пересекающихся), то председателем S должен быть один из председателей этих меньших комиссий. Сколькими способами можно выбрать председателей?

Задача 7.

У фокусника есть 100 карт, пронумерованных от 1 до 100. Он раскладывает их в 3 коробки: белую, синюю и красную, причём в каждую коробку кладётся хотя бы одна карта. Зритель выбирает по одной карте из двух коробок разного цвета и озвучивает сумму чисел на этих картах. После этого фокусник называет цвет коробки, из которой ни одной карты не выбрали.

Сколькими способами фокусник может разложить карты по коробкам так, чтобы фокус удался?

Задача 8.

Петя хочет выписать все возможные последовательности из 100 натуральных чисел, в каждой из которых

а) все числа не больше 100, любые два соседних члена различны, и любые два (не обязательно соседних) члена отличаются не больше, чем на 2.

б) хотя бы раз встречается тройка, а любые два соседних члена различаются не больше, чем на 1.

Сколько последовательностей ему придётся выписать?