

Серия 19. Круговые шаблоны или один из частых способов как просто строить вроде бы сложные примеры.

1. В однокруговом турнире по волейболу приняли участие 11 команд. Могло ли так оказаться, что все команды одержали по 5 побед?
2. В команде по математическим боям 7 человек. Команда увидела вариант из 10 задач, и уверенно выделила три гроба, которые у них нет шансов решить. На решение каждой из остальных семи задач нужно выделить троих. Можно ли это сделать так, чтобы любые двое оказались вместе ровно на одной задаче?
3. Какое наибольшее количество трёхэлементных подмножеств можно выделить из восьмиэлементного множества, чтобы любые два выбранных подмножества пересекались не более чем по одному элементу?
4. а) 9 человек пришли поиграть в теннис. В каждом матче одна пара играет против какой-то другой пары. Покажите, как устроить турнир, чтобы любые два человека ровно один раз оказались соперниками.
б) Для каких ещё размеров компаний можно организовать подобный турнир?
5. В компании из 100 людей любых шестерых можно разбить на три пары знакомых. Какое наименьшее количество пар знакомств может быть в этой компании?

Рефрены к прошлым листам.

6. Можно ли выбрать несколько 10-элементных подмножеств в 91-элементном, чтобы любые два элемента были вместе ровно в одном из выбранных?
7. а) Рёбра полного графа на n вершинах можно разбить на треугольники. Докажите, что рёбра полного графа на $2n + 7$ вершинах тоже можно разбить на треугольники.
б) Для каких n можно разбить рёбра полного графа на n вершинах на треугольники?

Об ограниченности метода.

8. 16 волейбольных команд хотят сыграть турнир, чтобы любые две команды сыграли ровно **дважды**. Каждую неделю какие-то шесть команд собираются и играют друг с другом ровно один раз.
а) Докажите, что с помощью кругового шаблона построить расписание такого турнира невозможно.
б) Докажите, что таким образом провести турнир всё-таки возможно

Добивка.

9. В классе учится 23 человека. В течение года каждый ученик этого класса один раз праздновал день рождения, на который пришли некоторые (хотя бы один, но не все) его одноклассники. Могло ли оказаться, что каждые два ученика этого класса встретились на таких празднованиях одинаковое число раз? (Считается, что на каждом празднике встретились каждые два гостя, а также именинник встретился со всеми гостями.)