

Непрерывность в геометрии

В каждой задаче необходимо явно сформулировать, какая функция непрерывно меняется.

1. Можно ли в окружность радиуса 1 вписать треугольник периметра 5?
2. Докажите, что на координатной плоскости можно провести окружность, внутри которой лежит ровно n целочисленных точек.
3. Докажите, что у произвольного многоугольника можно поменять углы так, чтобы он стал вписанным. Длины сторон и их последовательность при этом остаются прежними.
4. Существует ли тетраэдр $ABCD$, у которого $AB = CD = 8$, $AC = BD = 10$, $BC = 12$, $AD = 13$?
5. Из высот треугольника можно составить треугольник. Верно ли, что из его биссектрис также можно составить треугольник?
6. Периметр выпуклого четырёхугольника равен 1000, одна из диагоналей равна 499. Может ли вторая диагональ быть равна (а) 2; (б) 499?
7. На плоскости проведены три параллельные прямые. Найдите ГМТ центров вписанных окружностей треугольников, вершины которых расположены на этих прямых (по одной).
8. Города A и B соединяют две непересекающиеся дороги. Известно, что две точечные машины, связанные верёвкой длины меньшей $2R$, смогли доехать от A до B , не порвав верёвки. Смогут ли разминуться два круглых воза радиуса R , центры которых движутся по этим дорогам навстречу друг другу?