

Красивые картиночки

Представьте, что вы ученик 8 класса. Вы молоды и наивны, вы только начали изучать геометрию и ещё верите, что она прекрасна. Вы не знаете ругательных слов «синус» и «косинус», потому что ещё не проходили подобие, а про вписанные углы вы вспоминаете только в последней задаче. Вы знаете только одну формулу для площади треугольника, но большего вам и не нужно.

1. Внутри правильного шестиугольника на рисунке 1 выбрана произвольная точка. Докажите, что светло-серая площадь равна половине площади шестиугольника.

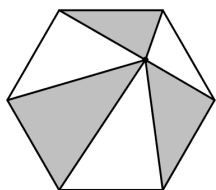


Рис. 1: к задаче 1

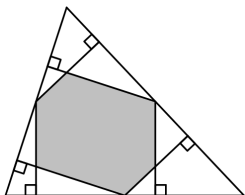


Рис. 2: к задаче 2

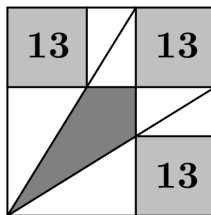


Рис. 3: к задаче 3

2. Из каждой из середин сторон треугольника опущены перпендикуляры на две оставшиеся стороны треугольника (см. рисунок 2). Докажите, что площадь серого шестиугольника равна половине площади треугольника.
3. В три угла квадрата поместили одинаковые квадраты площади 13 (см. рисунок 3). Найдите площадь тёмно-серого четырёхугольника.
4. Каждая из сторон четырёхугольника разбита на четыре одинаковые части, и соответствующие точки соединены отрезками (см. рисунок 4). Докажите, что серая площадь составляет половину площади четырёхугольника.

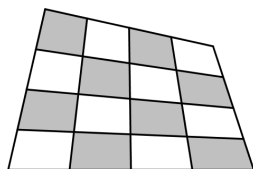


Рис. 4: к задаче 4

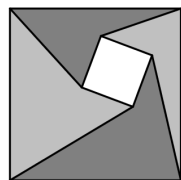


Рис. 5: к задаче 5

5. Внутри квадрата расположен квадрат (см. рисунок 5). Докажите, что светло-серая площадь равна тёмно-серой площади.

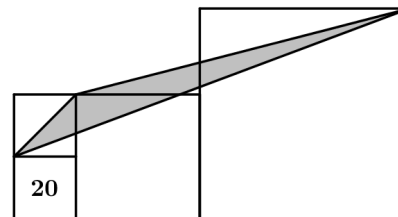


Рис. 6: к задаче 6

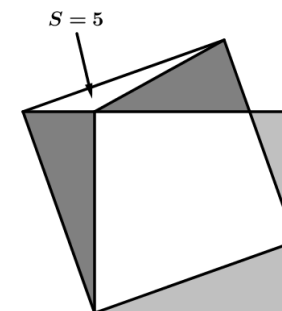


Рис. 7: к задаче 7

6. Четыре квадрата расположены, как показано на рисунке 6. Площадь самого маленького квадрата равна 20. Чему равна площадь серого треугольника?
7. Два квадрата расположены, как показано на рисунке 7. Площадь узкого треугольника равна 5. Чему равна разность тёмно-серых и светло-серых площадей?
8. Двенадцать точек делят окружность на двенадцать равных дуг. Найдите, какую часть от площади круга составляет серая площадь на рисунке 8.

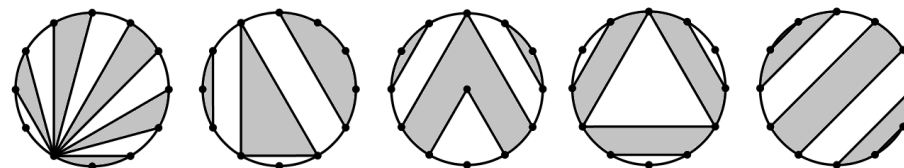


Рис. 8: к задаче 8

9. Через произвольную точку внутри треугольника проведены прямые, параллельные сторонам треугольника (см. рисунок 9). Докажите, что светло-серая площадь равна тёмно-серой площади.

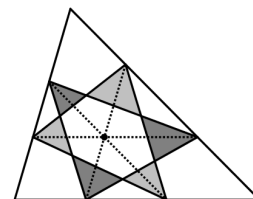


Рис. 9: к задаче 9

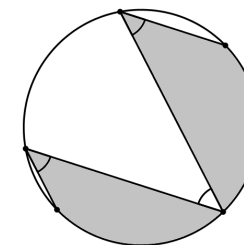


Рис. 10: к задаче 10

10. На рисунке 10 отмеченные углы равны 45° . Докажите, что серая площадь равна половине площади круга.