

Линейное движение точек – 2

Утверждение. Если три линейно движущиеся точки лежат на одной прямой в три различных момента времени, то они всегда лежат на одной прямой.

Вопрос. Точки A , B , C движутся линейно. Сколько различных моментов времени достаточно проверить, чтобы утверждать, что $\angle(AB, AC) = \alpha$ для фиксированного угла α ?

1. Высоты BB_1 и CC_1 остроугольного треугольника ABC пересекаются в точке H . Прямая ℓ , перпендикулярная стороне BC , пересекает отрезок BC в точке S и пересекает отрезки BB_1 и CC_1 в точках D и E . Докажите, что ортоцентр треугольника DEH лежит на прямой AS .
2. (а) *Прямая Гаусса.* На плоскости проведено четыре прямых общего положения. Докажите, что середины трёх отрезков, соединяющих точку пересечения двух прямых с точкой пересечения двух оставшихся (и так для трёх разбиений прямых на пары), лежат на одной прямой.
(б) На сторонах AB и AC треугольника ABC отмечены точки B_1 и C_1 соответственно. Докажите, что прямая, соединяющая ортоцентры треугольников ABC и AB_1C_1 перпендикулярна прямой, соединяющей середины отрезков BC_1 и B_1C .
(в) Выведите из предыдущего пункта существование прямой Обера (*ортоцентры четырёх треугольников, образованных четырьмя прямыми общего положения, лежат на одной прямой, перпендикулярной прямой Гаусса этих четырёх прямых*).
3. Из ортоцентра H треугольника ABC опущены перпендикуляры на внутреннюю и внешнюю биссектрисы угла B . Пусть P и Q — основания этих перпендикуляров. Покажите, что PQ делит сторону AC пополам.
4. Докажите, что середины трёх отрезков, соединяющих проекции произвольной точки плоскости на пары противоположных сторон или диагоналей вписанного в окружность четырёхугольника, лежат на одной прямой.