

Линейное движение точек

Определение. Скажем, что фигура (точка, отрезок, прямая и т.д.) движется *линейно*, если существует такой вектор \vec{v} , что за время t каждая точка фигуры смещается на вектор $t \cdot \vec{v}$.

- Верно ли, что линейно движется
 - середина отрезка, концы которого движутся линейно;
 - прямая постоянного направления, проведённая через линейно движущуюся точку;
 - прямая, две точки которой движутся линейно;
 - точка пересечения двух прямых, которые движутся линейно?
- На плоскости даны точки A и B и прямая ℓ , проходящая через точку A . По ℓ линейно движется точка C . Докажите, что у $\triangle ABC$ линейно движется
 - точка пересечения медиан;
 - центр описанной окружности;
 - точка пересечения высот.
 - Останутся ли верными утверждения предыдущих пунктов, если ℓ не обязательно проходит через A ?
- Вписанная в треугольник ABC окружность касается его сторон AB , AC в точках C_1 , B_1 соответственно. На отрезках BC_1 , AB_1 отмечены точки P и Q соответственно, что $PC_1 = QB_1$. Докажите, что середина отрезка PQ лежит на прямой B_1C_1 .
- На сторонах BC и CD ромба $ABCD$ выбраны точки M и N такие, что $BM = CN$. Докажите, что точка пересечения медиан треугольника AMN лежит на отрезке BD .
- Пусть M — середина стороны BC треугольника ABC . На его сторонах AB , AC отмечены точки C_1 и B_1 соответственно, причем $\angle AB_1M = \angle AC_1M$. Докажите что перпендикуляры, восстановленные из точек B_1 , C_1 , M к сторонам треугольника, на которых они лежат, пересекаются в одной точке.
- Вневписанные окружности касаются сторон AB , AC треугольника ABC в точках C_1 , B_1 соответственно. Докажите, что прямая, соединяющая середины BC и B_1C_1 , параллельна биссектрисе угла A .
- Точка O — центр описанной окружности треугольника ABC . На луче AO выбрана произвольная точка P . Описанные окружности треугольников APB и APC пересекают прямые AC и AB в точках B_1 и C_1 соответственно. Докажите, что середина B_1C_1 равноудалена от точек B и C .
- Точка O — центр описанной окружности остроугольного треугольника ABC . Прямая, перпендикулярная стороне BC , пересекает отрезок AB и прямую AC в точках P и Q соответственно. Докажите, что точки A , O и середины отрезков BP и CQ лежат на одной окружности.
- Через точки касания вневписанных окружностей со сторонами треугольника провели прямые, параллельные биссектрисам соответствующих углов. Докажите, что эти прямые пересекаются в одной точке.