Тренировочный регион

1. На плоскости прошел международный саммит. На него приехали 2021 репортер. Ровно в полдень каждый из них сделал фотографию. Каждый фотоаппарат фотографирует некоторую полуплоскость, на границе которой он находится. Могло ли так получиться, что на каждой фотографии оказался ровно один фотограф? Никакие три фотографа не могут находится на одной прямой.

2. На доске по порядку записаны натуральные числа от 1 до 2021. Аня и Таня играют в игру. Ходы делаются по очереди, начинает Аня. В свой ход нужно поставить знак “плюс” или “умножить” между какими-то соседними числами, между которыми еще нет знака операции. После 2020 ходов девочки вычисляют значение полученного выражения. Если результат делится на два, то выигрывает Таня, а если не делится, то Аня. Кто выигрывает при правильной игре?

3. Диагонали вписанного четырехугольника $ABCD$ пересекаются в точке E. Пусть O_1 — центр окружности, вписанной в треугольник ABC, а O_2 — центр окружности, вписанной в треугольник ABD. Докажите, что прямая O_1O_2 отсекает от треугольника AEB равнобедренный треугольник.

4. Дима представил число $\underbrace{55\ldots55}_{2022}$ в виде суммы k слагаемых. Оказалось, что десятичная запись каждого из слагаемых содержит только нули и тройки. Найдите наименьшее возможное значение k.

5. Из клетчатого квадрата $(n^2+1)\times(n^2+1)$ вырезали клетчатый квадрат $(n^2-1)\times(n^2-1)$ с тем же центром. На какое наименьшее число кусков нужно разрезать (по границам клеточек) образовавшуюся каемку так, чтобы из них можно было сложить квадрат $2n\times 2n$?