

Тренировочный вариант 2

1. Известно, что хотя бы один из трехчленов

$$x^2 + ax + b, \quad x^2 + a^2x + b^2, \quad \dots, \quad x^2 + a^n x + b^n, \quad \dots$$

имеет два вещественных корня. Докажите, что из этого множества трехчленов можно выбрать бесконечно много трехчленов, имеющих по два вещественных корня.

2. За круглым столом 35 гостей уселись пить чай. Каждому выдали по кружке, всего 10 литровых и 25 пол-литровых кружек. Каждому принесли пол-литровый чайник с чаем. Гость может вылить содержимое чайника себе или одному из своих соседей. Гости согласны пить только из полной кружки. Какое наибольшее число гостей сможет гарантированно напиться чая?
3. Можно ли разрезать квадрат на несколько равных прямоугольных треугольников с острым углом 30° ?
4. Пусть A_1 и A_2 — точки пересечения окружностей S_1 и S_2 , B_1 и B_2 — точки пересечения окружностей S_2 и S_3 и O_1, O_2, O_3 — соответственно центры окружностей S_1, S_2 и S_3 . Оказалось, что точки O_1, A_1, O_2, B_1, O_3 лежат на некоторой окружности в указанном порядке, а точки A_2 и B_2 лежат внутри этой окружности. Докажите, что отрезок A_2B_2 параллелен отрезку O_1O_3 .
5. В каждой клетке таблицы $n \times n$ записано число 1 или -1 . Известно, что для каждой клетки произведение всех чисел в клетках, имеющих с ней общую сторону, равно 1. Докажите, что в любых двух клетках, симметричных относительно центра таблицы, записаны одинаковые числа.