

Инверсия. Добавка

1. В треугольнике ABC проведены высоты AA_1 и BB_1 . Прямая A_1B_1 пересекает описанную окружность треугольника ABC в точках X и Y . Окружность, описанная около треугольника CBV_1 , пересекает высоту AA_1 в точке Z . Докажите, что $CX = CY = CZ$.
2. Дана окружность ω и точка P внутри неё, отличная от центра. Рассматриваются пары окружностей, касающиеся ω изнутри и друг друга внешним образом в точке P . Найдите геометрическое место точек пересечения общих внешних касательных к этим окружностям.
3. Окружности $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ и ω_4 попарно касаются друг друга внешним образом. Обозначим через A_{ij} точку касания окружностей ω_i и ω_j . Докажите, что прямые $A_{12}A_{34}$, $A_{13}A_{24}$ и $A_{14}A_{23}$ пересекаются в одной точке.

Инверсия. Добавка

1. В треугольнике ABC проведены высоты AA_1 и BB_1 . Прямая A_1B_1 пересекает описанную окружность треугольника ABC в точках X и Y . Окружность, описанная около треугольника CBV_1 , пересекает высоту AA_1 в точке Z . Докажите, что $CX = CY = CZ$.
2. Дана окружность ω и точка P внутри неё, отличная от центра. Рассматриваются пары окружностей, касающиеся ω изнутри и друг друга внешним образом в точке P . Найдите геометрическое место точек пересечения общих внешних касательных к этим окружностям.
3. Окружности $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ и ω_4 попарно касаются друг друга внешним образом. Обозначим через A_{ij} точку касания окружностей ω_i и ω_j . Докажите, что прямые $A_{12}A_{34}$, $A_{13}A_{24}$ и $A_{14}A_{23}$ пересекаются в одной точке.