

Геометрия

1. Докажите, что любой жесткий плоский треугольник T площади меньше четырех можно просунуть сквозь треугольную дырку Q площади 3.
2. Дан прямоугольный треугольник ABC с прямым углом C . Пусть BK — биссектриса этого треугольника. Окружность, описанная около треугольника AKB , пересекает вторично сторону BC в точке L . Докажите, что $CB + CL = AB$.
3. $ABCDE$ — правильный пятиугольник. Точка B' симметрична точке B относительно прямой AC . Можно ли пятиугольниками, равными $AB'CDE$, замостить плоскость?
4. Внутри угла AOD проведены лучи OB и OC , причем $\angle AOB = \angle COD$. В углы AOB и COD вписаны непересекающиеся окружности. Докажите, что точка пересечения общих внутренних касательных к этим окружностям лежит на биссектрисе угла AOD .
5. В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AD , BE и CF . Прямые BE и CF второй раз пересекают описанную окружность треугольника ABC в точках P и Q соответственно. Прямая EF пересекает описанные окружности треугольников CEP и BFQ в точках X и Y , отличных от точек E и F . Докажите, что описанная окружность треугольника XDY касается прямой BC .