

## Уравнения в целых числах и сравнения по модулю

- Докажите, что не имеют решений в целых числах уравнения:  
(a)  $x^2 + 6y^2 = 3z^2 + 2$ ;      (b)  $15x^2 - 7y^2 = 9$ ;  
(c)  $x^2 + y^2 = 1703$ ;      (d)  $x^2 - 7y^2 = 5$ ;
- Известно, что  $a^2 + b^2$  делится на 7. Докажите, что это выражение делится на 49.
- Решите в натуральных числах уравнение  
(a)  $2^n + 7 = k^2$ ;      (b)  $x^2 + 2015 = y^2$ ;      (c)  $3^n - 2^m = 1$ .
- Докажите, что сумма квадратов пяти последовательных натуральных чисел не может быть полным квадратом.
- На какое количество нулей может оканчиваться число

$$1^n + 2^n + 3^n + 4^n ?$$