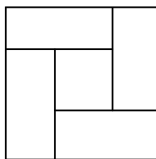


## Задачи на разрезания

- (а) Можно ли разбить квадрат на 5 попарно различных квадратов?  
(б) Докажите, что квадрат можно разрезать на  $n > 5$  квадратов (некоторые из которых, возможно, равны).  
(с) Можно ли куб разрезать на несколько попарно различных кубиков?
- Единичный квадрат разрезан на прямоугольники. У каждого прямоугольника отметили одну из сторон. Докажите, что сумма отмеченных сторон не меньше 1.
- Квадратная комната разгорожена перегородками на несколько меньших квадратных комнат. Длина стороны каждой комнаты — целое число. Докажите, что сумма длин всех перегородок делится на 4.

- Квадрат разрезан на пять прямоугольников, как показано на рисунке справа. Оказалось, что площади прямоугольников, примыкающих к сторонам исходного квадрата, равны. Докажите, что внутренний прямоугольник является квадратом.

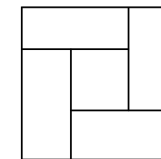


- Правильный  $4n$ -угольник разрезан на параллелограммы. Докажите, что среди них не менее  $n$  прямоугольников.
- (а) Докажите, что квадрат можно разрезать на несколько прямоугольников, у каждого из которых отношение большей стороны к меньшей равно  $2 + \sqrt{2}$ .  
(б) Можно ли разбить прямоугольник  $60 \times 100$  на прямоугольники размером  $(2 - \sqrt{2}) \times (2 + \sqrt{2})$ ?  
(с\*) Докажите, что квадрат нельзя разрезать на несколько прямоугольников, у каждого из которых отношение большей стороны к меньшей равно  $\sqrt{2}$ .
- Многоугольник можно разбить на 100 прямоугольников, но нельзя — на 99. Докажите, что его нельзя разбить на 100 треугольников.
- Квадрат  $ABCD$  разрезан на одинаковые прямоугольники с целыми длинами сторон. Фигура  $F$  является объединением всех прямоугольников, имеющих общие точки с диагональю  $AC$ . Докажите, что  $AC$  делит площадь фигуры  $F$  пополам.
- Прямоугольник разрезан на прямоугольники, длина одной из сторон каждого из которых — целое число. Докажите, что длина одной из сторон исходного прямоугольника — целое число.

## Задачи на разрезания

- (а) Можно ли разбить квадрат на 5 попарно различных квадратов?  
(б) Докажите, что квадрат можно разрезать на  $n > 5$  квадратов (некоторые из которых, возможно, равны).  
(с) Можно ли куб разрезать на несколько попарно различных кубиков?
- Единичный квадрат разрезан на прямоугольники. У каждого прямоугольника отметили одну из сторон. Докажите, что сумма отмеченных сторон не меньше 1.
- Квадратная комната разгорожена перегородками на несколько меньших квадратных комнат. Длина стороны каждой комнаты — целое число. Докажите, что сумма длин всех перегородок делится на 4.

- Квадрат разрезан на пять прямоугольников, как показано на рисунке справа. Оказалось, что площади прямоугольников, примыкающих к сторонам исходного квадрата, равны. Докажите, что внутренний прямоугольник является квадратом.



- Правильный  $4n$ -угольник разрезан на параллелограммы. Докажите, что среди них не менее  $n$  прямоугольников.
- (а) Докажите, что квадрат можно разрезать на несколько прямоугольников, у каждого из которых отношение большей стороны к меньшей равно  $2 + \sqrt{2}$ .  
(б) Можно ли разбить прямоугольник  $60 \times 100$  на прямоугольники размером  $(2 - \sqrt{2}) \times (2 + \sqrt{2})$ ?  
(с\*) Докажите, что квадрат нельзя разрезать на несколько прямоугольников, у каждого из которых отношение большей стороны к меньшей равно  $\sqrt{2}$ .
- Многоугольник можно разбить на 100 прямоугольников, но нельзя — на 99. Докажите, что его нельзя разбить на 100 треугольников.
- Квадрат  $ABCD$  разрезан на одинаковые прямоугольники с целыми длинами сторон. Фигура  $F$  является объединением всех прямоугольников, имеющих общие точки с диагональю  $AC$ . Докажите, что  $AC$  делит площадь фигуры  $F$  пополам.
- Прямоугольник разрезан на прямоугольники, длина одной из сторон каждого из которых — целое число. Докажите, что длина одной из сторон исходного прямоугольника — целое число.