[СУНЦ МГУ, Олимпиадная математика]
[*2019-2020*] группа: Догоняющие *16 октября 2019 г.*

Конструктивный разнобой

1. *(Шутка)* Можно ли сложить из шести спичек четыре треугольника?

2. Существуют ли такие натуральные m, n, что $m^2 - n^3 = 1\,000\,000$?

3. Треугольник разбили на пять треугольников, ему подобных. Верно ли, что исходный треугольник – прямоугольный?

4. Существует ли такой выпуклый пятиугольник $ABCDE$, что все углы ABD, BCE, CDA, DEB и EAC — тупые?

5. Дана шахматная доска $(2n+1) \times (2n+1)$, все угловые клетки которой черные. Из нее вырезали одну черную клетку. Всегда ли можно разрезать оставшуюся область на доминошки?

6. Есть кусок сыра. Разрешается выбрать любое положительное (возможно, нецелое) число $a \neq 1$, и разрезать этот кусок в отношении $a : 1$ по весу, затем разрезать в том же отношении любой из имеющихся кусков, и т. д. Можно ли действовать так, что после конечного числа разрезаний весь сыр удастся разложить на две кучки равного веса?

7. Шесть отрезков таковы, что из любых трех можно составить треугольник. Верно ли, что из этих отрезков можно составить тетраэдр?

8. **(a)** В бесконечной последовательности бумажных прямоугольников площадь n-го прямоугольника равна n^2. Обязательно ли можно покрыть ими плоскость? Наложения допускаются.
(b) Дана бесконечная последовательность бумажных квадратов. Обязательно ли можно покрыть ими плоскость (наложения допускаются), если известно, что для любого числа N найдется набор квадратов суммарной площади больше N?

[СУНЦ МГУ, Олимпиадная математика]
[*2019-2020*] группа: Догоняющие *16 октября 2019 г.*

Конструктивный разнобой

1. *(Шутка)* Можно ли сложить из шести спичек четыре треугольника?

2. Существуют ли такие натуральные m, n, что $m^2 - n^3 = 1\,000\,000$?

3. Треугольник разбили на пять треугольников, ему подобных. Верно ли, что исходный треугольник – прямоугольный?

4. Существует ли такой выпуклый пятиугольник $ABCDE$, что все углы ABD, BCE, CDA, DEB и EAC — тупые?

5. Дана шахматная доска $(2n+1) \times (2n+1)$, все угловые клетки которой черные. Из нее вырезали одну черную клетку. Всегда ли можно разрезать оставшуюся область на доминошки?

6. Есть кусок сыра. Разрешается выбрать любое положительное (возможно, нецелое) число $a \neq 1$, и разрезать этот кусок в отношении $a : 1$ по весу, затем разрезать в том же отношении любой из имеющихся кусков, и т. д. Можно ли действовать так, что после конечного числа разрезаний весь сыр удастся разложить на две кучки равного веса?

7. Шесть отрезков таковы, что из любых трех можно составить треугольник. Верно ли, что из этих отрезков можно составить тетраэдр?

8. **(a)** В бесконечной последовательности бумажных прямоугольников площадь n-го прямоугольника равна n^2. Обязательно ли можно покрыть ими плоскость? Наложения допускаются.
(b) Дана бесконечная последовательность бумажных квадратов. Обязательно ли можно покрыть ими плоскость (наложения допускаются), если известно, что для любого числа N найдется набор квадратов суммарной площади больше N?