

Симметричные игры

Правильная игра — игра, с заранее продуманной стратегией: игрок, обладающей ею, не проигрывает ни при каких условиях. Иногда удаётся придумать выигрышную стратегию, не проводя полного анализа игры (который может быть затруднительным, особенно если число позиций в игре велико). Одна из таковых — симметрия.

В следующих задачах нужно определить, кто из игроков обладает выигрышной стратегией.

1. На столе лежит (а) 25 спичек (б) 24 спички. Играющие по очереди могут взять от одной до четырёх спичек. Кто не может сделать ход (спичек не осталось), проигрывает.
2. На столе лежат две кучки спичек: в одной 10, в другой 7. Игроки ходят по очереди. За один ход можно взять любое число спичек (1, 2, 3, ...) из одной из кучек (по выбору игрока). Кто не может сделать ход (спичек не осталось), проигрывает.
3. Двое игроков кладут одинаковые круглые монеты на прямоугольный стол; монеты могут свешиваться за край (но не должны падать) и не могут перекрываться. Кто не может положить монету, проигрывает. (Сдвигать ранее положенные монеты нельзя.)
4. На доску 8×8 по очереди кладут доминошки так, что нельзя накладывать доминошки друг на друга. Проигрывает тот, кто не может сделать очередного хода.
5. В строчку написано (а) 7 (б) 16. Два игрока по очереди переправляют один или два соседних минуса на плюс; выигрывает переправивший последний минус. Кто выигрывает при правильной игре: начинающий или его партнёр?
6. Двое по очереди двигают ладью по шахматной доске из левого нижнего угла в правый верхний по таким правилам: каждым ходом — на любое количество клеток либо вверх, либо вправо. Тот, кто не может сделать ход, проигрывает. Кто из них (начинающий или второй) сможет выиграть, как бы не играл соперник?
7. Маша и Саша играют в такую игру: имеется доска 10×10 . Саша каждым своим ходом закрашивает одну клетку, а Маша — полюбившийся ей уголок из трёх. Саша ходит первым. Кто выигрывает при правильной игре?
8. Шоколадка представляет собой прямоугольник 5×8 разделённый бороздками на 40 квадратиков. Двое по очереди разламывают её на части по бороздкам: за один ход можно разломить любой из кусков на два. Кто не может сделать ход — проигрывает. Кто выигрывает при правильной игре?
9. У ромашки 13 лепестков. За ход разрешается оторвать либо один лепесток, либо два рядом растущих лепестка. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выигрывает при правильной игре? А если лепестков 18?