

Упорядочивание в комбинаторике

Я в порядке. Я в порядке! Я в порядке?! Я в порядке?! В порядке ли я?! Боже, в каком я порядке?

Клиника

1. Артём выписал в тетради 2020 чисел. Эмиль заметил, что сумма любых двух чисел из тетради в тетрадь им уже записана. Какое наибольшее количество ненулевых чисел мог записать Артём?
2. В гости пришло 10 гостей с разным размером ноги и каждый оставил в коридоре пару калош. Гости начали расходиться по одному, надевая любую пару калош, в которые они могли влезть. В какой-то момент обнаружилось, что ни один из оставшихся гостей не может найти себе пару калош, чтобы уйти. Какое максимальное число гостей могло остаться?
3. Есть $2n$ чисел, все различны. Докажите, что их можно так расставить в вершинах и на сторонах n -угольника, чтобы суммы на сторонах тоже были все различны. Решите эту задачу для n равного (а) 3; (б) 50.
4. У Назара и Андрея есть пицца, порезанная на 7 разных по массе кусков. Всегда ли Назар может разрезать один из кусочков на две части так, чтобы можно было получившиеся 8 кусков разделить на две порции равной массы по 4 куска в каждой?
5. Папа положил в ряд $2n$ апельсинов, причем у любых двух соседних апельсинов масса отличается не более, чем на 1 г.
 - (а) Данила разложил апельсины по убыванию массы. Докажите, что массы соседей все еще будут отличаться не более, чем на 1 г.
 - (б) Данила нашел n одинаковых пакетов. Докажите, что он может в каждый пакет положить по два апельсина и разложить пакеты в ряд так, чтобы массы двух соседних пакетов снова отличались не более, чем на 1.
 - (с) Наконец, докажите, что он может и в два пакета разложить все апельсины, чтобы массы отличалась не более, чем на 1 г.
6. У Эрнеста есть 444 яблока, причем любые два из них отличаются по весу не более, чем в два раза. Докажите, что Эрнест может разложить их в мешки по два яблока так, чтобы любые два пакета различались по весу не более, чем в полтора раза.
7. На плоскости отмечено n точек. Докажите, что среди середин всевозможных отрезков с концами в этих точках не менее $2n - 3$ различных точек.