

Подобие

Мечты должны сбываться, а не превращаться в жалкое подобие...

Расписываем подобие

1. В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C проведена высота CH . Докажите, что (а) $AC^2 = AB \cdot AH$, (б) $CH^2 = AH \cdot BH$.
2. Основания AD и BC трапеции $ABCD$ равны a и b ($a > b$).
(а) Найдите длину отрезка, отсекаемого диагоналями на средней линии.
(б) Найдите длину отрезка MN , концы которого делят стороны AB и CD в отношении $AM : MB = DN : NC = 1 : 5$.

Сделайте так, чтобы появилось подобие

3. На стороне AD параллелограмма $ABCD$ взята точка P так, что $AP : AD = 1 : n$; Q — точка пересечения прямых AC и BP . Докажите, что $AQ : AC = 1 : (n + 1)$.
4. На медиане AA_1 треугольника ABC взята точка M , причём $AM : MA_1 = 1 : 3$. В каком отношении прямая BM делит сторону AC ?
5. (Теорема о биссектрисе) В треугольнике ABC проведена биссектриса BD (а) внутреннего угла, (б) внешнего угла. Докажите, что $AD : DC = AB : BC$.
6. (а) Точки K и M расположены на сторонах AB и BC треугольника ABC , причём $BK : KA = 1 : 4$, $BM : MC = 3 : 2$. Прямые MK и AC пересекаются в точке N . Найдите отношение $AC : CN$.
(б) Та же задача, но $BK : KA = x$, $BM : MC = y$.

Сделайте правильные выводы

7. Дан прямоугольный треугольник ABC с прямым углом C . На катете BC как на диаметре во внешнюю сторону построена полуокружность, D — середина дуги. Докажите, что AD делит биссектрису угла C пополам.
8. В треугольнике ABC угол $\angle A = 60^\circ$. Точка T внутри такова, что $\angle ATB = \angle BTC = \angle CTA = 120^\circ$. Пусть B_0, C_0 — середины сторон AC и AB . Докажите, что точки A, T, B_0, C_0 лежат на одной окружности.
9. В прямоугольнике $ABCD$ опущен перпендикуляр BK на диагональ AC . Точки M и N — середины отрезков AK и CD , соответственно. Докажите, что $\angle MBN = \angle MCN$.