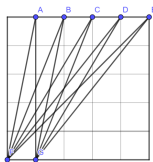


## Параллельный перенос

Надо уметь переносить то, чего нельзя избежать.

Мишель де Монтень

1. Найдите геометрическое место точек, расположенных внутри данного угла, разность расстояний от которых до сторон этого угла имеет данную величину.
2. В прямоугольнике  $ABCD$  диагонали пересекаются в точке  $O$ . Докажите, что существует четырехугольник со сторонами  $AO, BO, CO, DO$ , диагонали которого равны  $AB$  и  $BC$  и перпендикулярны.
3. На стороне  $AB$  квадрата  $ABCD$  построили (снаружи) равносторонний треугольник  $AKB$ . Найдите радиус описанной окружности треугольника  $CKD$ , если  $AB = 1$ .
4. Найдите сумму величин углов  $FAG, FBG, FCG, FDG$  и  $FEG$ , нарисованных на клетчатой бумаге так, как показано на рисунке ( $F$  и  $G$  – это точки снизу).



5. (a) Докажите, что в четырехугольнике  $OPKL$ , в котором все четыре биссектрисы пересекаются в одной точке,  $OP + KL = OL + PK$ .  
(b) В трапеции  $ABCD$  стороны  $BC$  и  $AD$  параллельны,  $M$  – точка пересечения биссектрис углов  $A$  и  $B$ ,  $N$  – точка пересечения биссектрис углов  $C$  и  $D$ . Докажите, что  $2MN = |AB + CD - BC - AD|$ .
6. Два прямоугольных треугольника расположены на плоскости так, что их медианы, проведенные к гипотенузам, параллельны. Докажите, что угол между некоторым катетом одного треугольника и некоторым катетом другого треугольника вдвое меньше угла между их гипотенузами.
7. На плоскости зафиксированы луч с вершиной  $A$  и точка  $P$  вне прямой, содержащей этот луч. На луче выбирают переменную точку  $K$ , затем на продолжении  $AK$  за точку  $K$  отмечают точку  $N$  так, что  $NK = 1$ , а на прямой  $PK$  отмечают точку  $M$  (отличную от  $K$ ) так, что  $NM = 1$ . Докажите, что все прямые  $NM$ , полученные таким образом, касаются одной окружности.
8. Дан треугольник  $ABC$ . Точка  $M$ , расположенная внутри треугольника, движется параллельно стороне  $BC$  до пересечения со стороной  $CA$ , затем параллельно  $AB$  до пересечения с  $BC$ , затем параллельно  $AC$  до пересечения с  $AB$  и т. д.

Докажите, что через некоторое число шагов траектория движения точки замкнется.