

Геометрическое место точек

1. На плоскости даны точки A и B . Найдите ГМТ C такое, что площадь треугольника ABC равна 100.
2. Дан прямоугольник $ABCD$. Найдите ГМТ M таких, что $AM + BM > CM + DM$.
3. Дан прямоугольник $ABCD$. Найдите ГМТ X таких, что расстояние от X до центра прямоугольника меньше, чем до любой из его вершин.
4. (a) Найдите ГМТ, равноудаленных от двух сторон данного угла.
(b) Докажите, что в треугольнике биссектрисы пересекаются в одной точке (*инцентре*).
5. (a) Даны точки A , B и C . Найдите ГМТ D таких, что $AD^2 - BD^2 = AC^2 - BC^2$.
(b) Докажите, что высоты в треугольнике пересекаются в одной точке (*ортоцентре*).
6. (a) Дан треугольник ABC . Найдите ГМТ X таких, что площади треугольников ABX и ACX равны.
(b) Докажите, что три отрезка из пункта a пересекаются в одной точке.

ГМТ помогает решать задачи.

7. Точки M и N являются серединами равных сторон AD и BC четырёхугольника $ABCD$. Серединные перпендикуляры к сторонам AB и CD пересекаются в точке P . Докажите, что серединный перпендикуляр к отрезку MN также проходит через точку P .
8. Внутри выпуклого многоугольника взяты точки P и Q . Докажите, что существует вершина многоугольника, менее удаленная от Q , чем от P .
9. Дан параллелограмм $ABCD$. Докажите, что величина $AX^2 + CX^2 - BX^2 - DX^2$ не зависит от выбора точки X .
10. Пусть D и E – середины сторон AB и BC остроугольного треугольника ABC , а точка M лежит на стороне AC . Докажите, что если $MD < AD$, то $ME > EC$.
11. В треугольнике ABC проведены биссектрисы AD и BE . Оказалось, что DE – биссектриса треугольника ADC . Найдите угол BAC .