

## Сочетания и треугольник Паскаля

### Вспоминаем сочетания.

1. На кружок ходит 14 человек. Сколькими способами из них можно набрать одну команду из 2 человек? 4 человек? 6 человек?
2. У одного человека 16 книг, а у другого 8. Сколькими способами они могут поменяться 5 книгами?
3. Сколько существует 9-значных чисел с суммой цифр 6, в записи которых используются только цифры 0 и 1?

Количество способов выбрать  $k$  элементов из  $n$  возможных обозначается  $C_n^k$  и называется «числом сочетаний из  $n$  по  $k$ ».

Впишите формулу сами:  $C_n^k =$

4. Сколькими способами можно прочитать слово СУПЕР в обоих случаях?

С	У	П	Е	Р	С	У	П	Е	Р
У	П	Е	Р	У	П	Е	Р		
П	Е	Р	П	Е	Ц				
Е	Р	Е	Р						
Р	Р								

5. Король стоит в нижней левой клетке очень большой доски (Она имеет координаты  $(0, 0)$ ). Он может походить либо на одну клетку вправо, либо на одну клетку вверх. Сколькими способами можно добраться до клетки с координатами  $(n - k, k)$ ? (Иными словами,  $k$  число снизу на  $n$ -ной диагонали)

Впишем в каждую клетку количество способов добраться до нее таким образом. Полученная табличка называется треугольником Паскаля и имеет немало удивительных свойств.

6. Используя треугольник Паскаля, покажите, что:

- (a)  $C_n^k + C_n^{k+1} = C_{n+1}^{k+1}$ ;
- (b)  $C_n^k = C_n^{n-k}$ ;
- (c)  $C_n^0 + C_n^1 + \dots + C_n^n = 2^n$ ;
- (d)  $C_n^0 + C_n^2 + \dots = C_n^1 + C_n^3 + \dots$

7. Докажите, что каждое число  $A$  в треугольнике Паскаля равно сумме чисел предыдущей правой диагонали, начиная с самого левого вплоть до стоящего справа над числом  $A$ .
8. Докажите, что каждое число  $A$  в треугольнике Паскаля, уменьшенное на 1, равно сумме всех чисел, заполняющих параллелограмм, ограниченный теми правой и левой диагоналями, на пересечении которых стоит число  $A$  (сами эти диагонали в рассматриваемый параллелограмм не включаются).
9. В каких строках треугольника Паскаля все числа нечетные?