

Подсчет двумя способами — добавка

1. На доске написано несколько натуральных чисел с суммой 1404.
 - (а) Петя посчитал сколько на доске написано чисел и записал результат. Затем Петя посчитал, сколько чисел, больших 1, было выписано на доску и также записал результат. Потом он посчитал, сколько чисел, больших 2, первоначально было выписано на доске и записал результат. И так далее ... Докажите, что сумма выписанных Петей чисел также равна 1404.
 - (б) Вася проделал те же операции, но только с числами Пети. Докажите, что у Васи получился первоначальный набор чисел.
2. Докажите, что количество разбиений числа n в сумму не более чем k слагаемых, каждое из которых не превосходит l , равно количеству разбиений числа n в сумму не более чем l слагаемых, каждое из которых не превосходит k (Разбиения, отличающиеся только порядком слагаемых, считаются одинаковыми).
3. На клетчатой бумаге нарисован выпуклый многоугольник M , причем все его вершины находятся в вершинах клеток и ни одна из его сторон не идёт по вертикали или горизонтали. Докажите, что сумма длин вертикальных отрезков линий сетки, заключённых внутри M , равна сумме длин горизонтальных отрезков линий сетки внутри.