

Геометрические неравенства

Не устраивайте
преждевременной истерики.
Если вы уже не можете не
переживать, то переживайте
молча.

12 стульев

- Неравенство треугольника: для треугольника ABC : $AB + BC > CD$.
- Напротив большего угла в треугольнике лежит большая сторона.

Упражнения.

1. В треугольнике ABC отметили точку E на отрезке BC . Докажите, что AE меньше хотя бы одного из отрезков AB и AC .
2. Докажите, что длина ломаной $A_1A_2 \dots A_n$ не меньше, чем A_1A_n . Для каких ломаных неравенство обобщается в равенство?
3. (а) Докажите, что в любом четырехугольнике сумма диагоналей больше, чем сумма любых двух его противоположных сторон.
(б) Внутри треугольника взяли произвольную точку. Докажите, что сумма расстояний от нее до вершин треугольника больше половины его периметра.

Дополнительные построения помогают!

*Полезно собрать отрезки, которые нужно сравнить, в одном треугольнике.
Или так, чтобы можно было применить уже известные вам неравенства.*

4. Докажите, что в любой трапеции разность длин боковых сторон меньше разности длин оснований.
5. (**Неравенство медианы**) В треугольнике ABC проведена медиана BM . Докажите, что

$$BM < \frac{1}{2}(BA + BC).$$

6. Найдите точку, сумма расстояний от которой до вершин данного выпуклого четырехугольника минимальна.
7. (**Неравенство «резинки»**). В треугольнике ABC взята произвольная точка O . Докажите, что

$$AB + BC > AO + OC.$$

8. На основании AC равнобедренного треугольника ABC выбрали точку D , а на продолжении AC за вершину C — точку E , причём $AD = CE$. Докажите, что

$$BD + BE > AB + BC.$$

9. BK — биссектриса равнобедренного треугольника ABC ($AB = AC$). Докажите, что $BK < 2CK$.

Геометрические неравенства

Не устраивайте
преждевременной истерики.
Если вы уже не можете не
переживать, то переживайте
молча.

12 стульев

- Неравенство треугольника: для треугольника ABC : $AB + BC > CD$.
- Напротив большего угла в треугольнике лежит большая сторона.

Упражнения.

1. В треугольнике ABC отметили точку E на отрезке BC . Докажите, что AE меньше хотя бы одного из отрезков AB и AC .
2. Докажите, что длина ломаной $A_1A_2 \dots A_n$ не меньше, чем A_1A_n . Для каких ломаных неравенство обобщается в равенство?
3. (а) Докажите, что в любом четырехугольнике сумма диагоналей больше, чем сумма любых двух его противоположных сторон.
(б) Внутри треугольника взяли произвольную точку. Докажите, что сумма расстояний от нее до вершин треугольника больше половины его периметра.

Дополнительные построения помогают!

*Полезно собрать отрезки, которые нужно сравнить, в одном треугольнике.
Или так, чтобы можно было применить уже известные вам неравенства.*

4. Докажите, что в любой трапеции разность длин боковых сторон меньше разности длин оснований.
5. (**Неравенство медианы**) В треугольнике ABC проведена медиана BM . Докажите, что

$$BM < \frac{1}{2}(BA + BC).$$

6. Найдите точку, сумма расстояний от которой до вершин данного выпуклого четырехугольника минимальна.
7. (**Неравенство «резинки»**). В треугольнике ABC взята произвольная точка O . Докажите, что

$$AB + BC > AO + OC.$$

8. На основании AC равнобедренного треугольника ABC выбрали точку D , а на продолжении AC за вершину C — точку E , причём $AD = CE$. Докажите, что

$$BD + BE > AB + BC.$$

9. BK — биссектриса равнобедренного треугольника ABC ($AB = AC$). Докажите, что $BK < 2CK$.