Теорема Виета.

Разложение на множители квадратных трехчленов.
Если x_1, x_2 — корни квадратного уравнения $ax^2+bx+c=0$, то квадратный трехчлен ax^2+bx+c можно разложить на множители

$$ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2).$$

Теорема Виета для квадратного уравнения.
Если квадратное уравнение $ax^2+bx+c=0$ имеет решения (то есть $D \geqslant 0$), то

$$x_1+x_2=-\frac{b}{c} \quad x_1x_2=\frac{c}{a}.$$

Для приведенного квадратного уравнения $x^2+px+q=0$ соответственно получаем $x_1+x_2=-p,\ \ x_1x_2=q$.

1. Используя теорему Виета, угадайте корни квадратных уравнений:
(a) $x^2-5x+6=0$;
(b) $2x^2-5x+3=0$;
(c) $x^2-(2a+4)x+a^2+4a=0$.

2. Не вычисляя корней уравнения $3x^2+4x-1=0$, найдите
(a) $x_1^2+x_2^2$,
(b) $x_2^3x_1+x_1^3x_2$,
(c) $x_2^3+x_1^3$.

3. Пусть x_1 и x_2 — корни уравнения $2x^2-7x-3=0$. Составьте квадратное уравнение, корнями которого будут являться числа

(a) x_1-1 и x_2-1; **(b)** $\dfrac{1}{x_1}$ и $\dfrac{1}{x_2}$; **(c)** $x_1x_2^2$ и $x_2x_1^2$;

4. Известно, что корни уравнения $x^2+px+q=0$ — целые числа, а p и q — простые числа. Найдите p и q.

5. Квадратный трёхчлен $f(x)=ax^2+bx+c$ принимает в точках $1/a$ и c значения разных знаков. Докажите, что корни трёхчлена $f(x)$ имеют разные знаки.

6. Дискриминанты трёх приведённых квадратных трёхчленов равны 1, 4 и 9. Докажите, что можно выбрать по одному корню каждого из них так, чтобы их сумма равнялась сумме оставшихся корней.