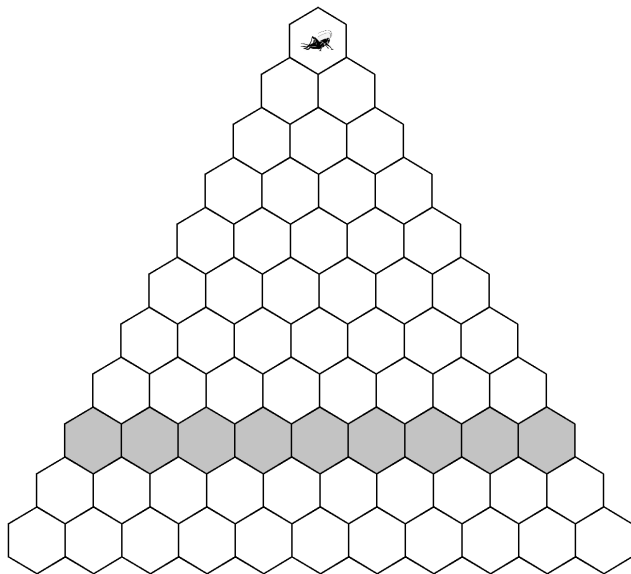


Треугольник Паскаля.

1. В верхней клетке треугольника находится кузнечик, который может прыгать на одну клетку вниз (либо вниз-влево, либо вниз-вправо). Сколькими способами он может допрыгать до каждой из клеток выделенного ряда?



Полученная табличка называется *треугольником Паскаля*.

2. Докажите, что в треугольнике Паскаля записаны биномиальные коэффициенты.
3. Используя треугольник Паскаля, докажите, что:
 - (a) $C_n^k = C_n^{n-k}$; (b) $C_n^k + C_n^{k+1} = C_{n+1}^{k+1}$.
4. (a) Докажите, что сумма чисел в каждой строке треугольника Паскаля в два раза больше, чем сумма чисел в предыдущей строке.
 (b) Докажите, что $C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^{n-1} + C_n^n = 2^n$.
5. (a) Докажите, что в любой строчке треугольника Паскаля сумма чисел, стоящих на четных местах, равна сумме чисел, стоящих на нечетных местах.
 (b) Докажите, что $C_n^0 - C_n^1 + C_n^2 - C_n^3 + \dots \pm C_n^n = 0$.
6. У Тома Сойера есть забор из $2n$ досок и белая краска. Сколькими способами он может покрасить в этом заборе четное число досок?
7. Докажите, что в n -й (например) строке треугольника Паскаля, если идти по ней слева направо, числа увеличиваются до середины строки, а потом уменьшаются. *Сотая строка* — та, которая начинается с чисел 1, 100.