

Сочетания.

0. Сколько разных очередей можно составить из n человек?
0. В магазине одновременно оказалось 20 бабушек. Сколько различных очередей из 3 человек они могут составить?
0. На плоскости отмечены 20 точек, никакие три не лежат на одной прямой. Сколько различных треугольников с вершинами в этих точках можно составить?

Количество способов выбрать k элементов из n элементов обозначается C_n^k и называется «числом сочетаний из n по k ». Обратите внимание: n снизу, k сверху.

1. Чему равны числа C_n^0 , C_n^1 , C_n^n ?
2. Пользуясь определением числа сочетаний, докажите, что $C_n^k = C_n^{n-k}$.
3. Сколько способов набрать команду из (а) 2; (б) 5 человек, если всего 8 человек?
4. По какой формуле можно вычислить (а) C_n^2 ; (б) C_n^5 ; (в) C_n^k ? Если формула содержит многоточие, избавьтесь от него.
5. С помощью полученной формулы докажите свойство из задачи 2.
6. Сколькими способами можно поставить на шахматную доску 8 ладей?
7. Каждой из 15 девочек надо подарить розу. Сколько способов это сделать, если всего есть 4 белых, 5 красных и 6 розовых роз? Розы одного цвета считаются одинаковыми.
8. Чему равна сумма $C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^{n-1} + C_n^n$?
9. Докажите, что $C_n^k + C_n^{k+1} = C_{n+1}^{k+1}$ (а) с помощью формул; (б) с помощью комбинаторных рассуждений.
10. (а) В классе 25 человек. Учитель хочет поставить некоторым из них (возможно, всем или никому) по пятёрке за красивые глаза. Каких способов у учителя больше: «чётных» (когда пятёрки оказались у чётного числа учеников) или «нечётных»?
- (б) А если в классе 26 человек?