

## Подсчет двумя способами

- Ну, сколько у нас спасательных капсул?
- Ни одной.
- Хорошо пересчитал?
- Два раза.

---

Автостопом по галактике

1. (а) Можно ли в таблице  $10 \times 10$  расставить числа так, чтобы сумма чисел любой строки была равна 15, а сумма чисел любого столбца была равна 17?  
(б) Можно ли в таблицу  $5 \times 5$  записать числа  $1, 2, 3, \dots, 25$  так, чтобы в каждой строке сумма нескольких записанных чисел была равна сумме остальных чисел этой строки?  
(с) Можно ли в клетки квадрата  $10 \times 10$  поставить некоторое количество звёздочек так, чтобы в каждом квадрате  $2 \times 2$  было ровно две звёздочки, а в каждом прямоугольнике  $3 \times 1$  ровно одна звёздочка? (В каждой клетке может стоять не более одной звёздочки.)
2. Имеется много одинаковых квадратов. В вершинах каждого из них в произвольном порядке написаны числа 1, 2, 3 и 4. Квадраты сложили в стопку и написали сумму чисел, попавших в каждый из четырёх углов стопки. Может ли оказаться так, что в каждом углу стопки сумма равна 2018?
3. На сторонах шестиугольника было записано шесть чисел, а в каждой вершине — число, равное сумме двух чисел на смежных с ней сторонах. Затем все числа на сторонах и одно число в вершине стерли. Можно ли восстановить число, стоявшее в вершине?
4. Можно ли расставить по кругу 10 целых неотрицательных чисел так, чтобы сумма каких-то трех расположенных подряд чисел была равна 1, каких-то трех подряд расположенных — 2,  $\dots$ , каких-то трех подряд расположенных — 10?
5. Дан набор, состоящий из таких 1357 чисел, что если каждое число в наборе заменить на сумму остальных, то получится тот же набор. Докажите, что произведение чисел в наборе равно 0.
6. В квадрате  $2020 \times 2020$  расставлены числа так, что в любом квадрате  $2 \times 2$  сумма левого верхнего числа и правого нижнего числа равна сумме левого нижнего числа и правого верхнего числа. Докажите, что сумма чисел, стоящих в левом верхнем и правом нижнем углах квадрата  $2020 \times 2020$ , равна сумме чисел, стоящих в двух других углах.