

Геометрические неравенства

- Неравенство треугольника: для треугольника ABC : $AB + BC > CD$.
- Напротив большего угла в треугольнике лежит большая сторона.

Упражнения.

1. В треугольнике ABC отметили точку E на отрезке BC . Докажите, что AE меньше хотя бы одного из отрезков AB и AC .
2. Докажите, что длина ломаной $A_1A_2 \dots A_n$ не меньше, чем A_1A_n . Для каких ломаных неравенство обращается в равенство?
3. Страна Вертикалия находится на плоской планете Суббота. Путешественник Данила на выходных побывал в четырех городах Вертикалии: в Суперске, Мегске, Гиперске и Ультрийске. Он узнал, что от Суперска до Ультрийск — 86 км, от Суперска до Мегска — 24 км, от Гиперска до Мегска — 50 км, а между Гиперском и Ультрийском всего 12 км. Сколько километров между Мегском и Ультрийском?
4. (а) Докажите, что в любом четырехугольнике сумма диагоналей больше, чем сумма любых двух его противоположных сторон.
(б) Внутри треугольника взяли произвольную точку. Докажите, что сумма расстояний от нее до вершин треугольника больше половины его периметра.

Дополнительные построения помогают!

Полезно собрать отрезки, которые нужно сравнить, в одном треугольнике.

5. Докажите, что в любой трапеции разность длин боковых сторон меньше разности длин оснований.
6. (**Неравенство медианы**) В треугольнике ABC проведена медиана BM . Докажите, что

$$BM < \frac{1}{2}(BA + BC).$$
7. Найдите точку, сумма расстояний от которой до вершин данного выпуклого четырехугольника минимальна.
8. (**Неравенство «резинки»**). В треугольнике ABC взята произвольная точка O . Докажите, что

$$AB + BC > AO + OC.$$

Геометрические неравенства

- Неравенство треугольника: для треугольника ABC : $AB + BC > CD$.
- Напротив большего угла в треугольнике лежит большая сторона.

Упражнения.

1. В треугольнике ABC отметили точку E на отрезке BC . Докажите, что AE меньше хотя бы одного из отрезков AB и AC .
2. Докажите, что длина ломаной $A_1A_2 \dots A_n$ не меньше, чем A_1A_n . Для каких ломаных неравенство обращается в равенство?
3. Страна Вертикалия находится на плоской планете Суббота. Путешественник Данила на выходных побывал в четырех городах Вертикалии: в Суперске, Мегске, Гиперске и Ультрийске. Он узнал, что от Суперска до Ультрийск — 86 км, от Суперска до Мегска — 24 км, от Гиперска до Мегска — 50 км, а между Гиперском и Ультрийском всего 12 км. Сколько километров между Мегском и Ультрийском?
4. (а) Докажите, что в любом четырехугольнике сумма диагоналей больше, чем сумма любых двух его противоположных сторон.
(б) Внутри треугольника взяли произвольную точку. Докажите, что сумма расстояний от нее до вершин треугольника больше половины его периметра.

Дополнительные построения помогают!

Полезно собрать отрезки, которые нужно сравнить, в одном треугольнике.

5. Докажите, что в любой трапеции разность длин боковых сторон меньше разности длин оснований.
6. (**Неравенство медианы**) В треугольнике ABC проведена медиана BM . Докажите, что

$$BM < \frac{1}{2}(BA + BC).$$
7. Найдите точку, сумма расстояний от которой до вершин данного выпуклого четырехугольника минимальна.
8. (**Неравенство «резинки»**). В треугольнике ABC взята произвольная точка O . Докажите, что

$$AB + BC > AO + OC.$$