Площади.

Определение. Назовём **площадью** фигуры некоторую величину, которая имеет следующие свойства:

1) Площадь неотрицательна.
2) Площади равных фигур равны.
3) Площадь фигуры равна сумме площадей фигур, из которых она состоит.
4) Площадь прямоугольника равна произведению его сторон.

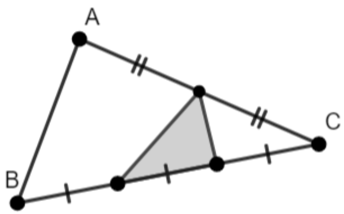
1. Докажите, что площадь треугольника равна половине произведения высоты на сторону, к которой она проведена:
(a) Для прямоугольного треугольника, где высота — один из катетов.
(b) Для остроугольного треугольника.
(c) Для тупоугольного треугольника, где высота — вне треугольника.

2. **(a)** Найдите формулу площади параллелограмма.
(b) Найдите формулу площади трапеции.

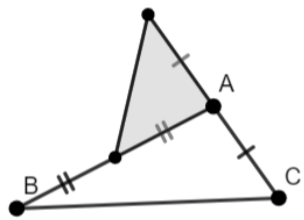
3. Дан прямоугольник $ABCD$. **(a)** На прямой BC взята точка K. Докажите, что площадь треугольника ADK вдвое меньше площади прямоугольника.
(b) На прямой BC взяты две точки K и L. Докажите, что площади треугольников ADK и ADL равны.

4. **(a)** В треугольнике ABC провели медиану. Докажите, что она делит треугольник на два равновеликих.
(b) В треугольнике ABC на отрезке BC выбрали точку K. Она делит отрезок в отношении $BK : KC = m : n$. Найдите отношение площадей треугольников ABK и ACK.

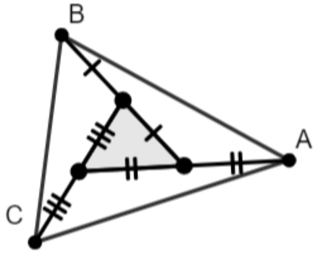
5. Выразите площадь серых областей через площадь треугольника ABC.



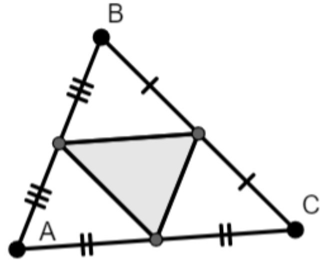
(a)



(b)



(c)



(d)

6. В треугольнике ABC проведена медиана AM. На прямой AM выбрана точка L, при этом $AL : LM = 1 : 2$. Выразите площадь треугольника BLM через площадь всего треугольника.

7. Дана трапеция $ABCD$, $BC \parallel AD$, проведены диагонали AC и BD, пересекающиеся в точке O. Пусть $BO : OD = 1 : 3$. Найдите отношение площадей треугольников OBC и ACD.

8. В шестиугольнике $ABCDEF$ диагонали AD, BE и CF пересекаются в одной точке и точкой пересечения делятся пополам. Докажите, что площадь шестиугольника $ABCDEF$ равна удвоенной площади треугольника ACE.