

Геометрические неравенства

- Неравенство треугольника: для треугольника ABC : $AB + BC > CD$.
- Напротив большего угла в треугольнике лежит большая сторона.
- Если для трех отрезков верно, что сумма любых двух больше третьего, то из них можно составить треугольник.

Упражнения.

1. Докажите, что каждая сторона треугольника больше разности двух других сторон.
2. В треугольнике ABC отметили точку E на отрезке BC . Докажите, что AE меньше хотя бы одного из отрезков AB и AC .
3. Докажите, что каждая сторона треугольника меньше половины его периметра.
4. Периметр равнобедренного треугольника равен 20 см. Одна из сторон больше другой в два раза. Найдите длины сторон этого треугольника.
5. В треугольнике длина одной стороны равна 3,8, а длина другой стороны равна 0,6. Найдите длину третьей стороны, если известно, что она выражается целым числом.
6. (а) Докажите, что длина ломаной $A_1A_2A_3A_4$ не меньше, чем A_1A_4 . Для каких ломаных неравенство обращается в равенство?
(б) А если точек 5?
(с) Из любых ли четырёх отрезков можно сложить четырёхугольник?
7. Сколько можно составить треугольников из отрезков, длины которых равны 2,3,4,5,6?
8. (а) Докажите, что в любом четырехугольнике сумма диагоналей больше, чем сумма любых двух его противоположных сторон.
(б) Внутри треугольника взяли произвольную точку. Докажите, что сумма расстояний от нее до вершин треугольника больше половины его периметра.

Дополнительные построения помогают!

Полезно собрать отрезки, которые нужно сравнить, в одном треугольнике.

9. Докажите, что в любой трапеции разность длин боковых сторон меньше разности длин оснований.
10. (Неравенство медианы) В треугольнике ABC проведена медиана BM . Докажите, что

$$BM < \frac{1}{2}(BA + BC).$$

11. Найдите точку, сумма расстояний от которой до вершин данного выпуклого четырёхугольника минимальна.