

## Подобие и пропорциональные отрезки.

### Признаки подобия треугольников.

Два треугольника подобны, если выполнено хотя бы одно из условий:

1. Два угла одного из них соответственно равны двум углам другого.
2. Две стороны одного из них соответственно пропорциональны двум сторонам другого, а углы между этими сторонами равны.
3. Три стороны одного из них соответственно пропорциональны трем сторонам другого.

**Теорема Фалеса** Если параллельные прямые, пересекающие стороны угла, отсекают на одной из его сторон равные отрезки, то они отсекают равные отрезки и на другой его стороне.

1. (а) Докажите, что высота прямоугольного треугольника, проведённая из вершины прямого угла, разбивает треугольник на два подобных треугольника.  
(б) Высота прямоугольного треугольника, проведённая из вершины прямого угла, разбивает гипотенузу на отрезки длиной 1 и 4. Найдите длину высоты.
2. На стороне  $AC$  треугольника  $ABC$  выбрана точка  $K$  так, что  $AK = 4$  и  $\angle AKB = \angle ABC$ . Найдите  $KC$ , если  $AB = 10$ .
3. В трапеции  $ABCD$  меньшая диагональ  $BD$ , равная 6, перпендикулярна основаниям  $AD = 3$  и  $DC = 12$ . Найдите сумму тупых углов  $B$  и  $D$ .
4. Основания  $AD$  и  $BC$  трапеции  $ABCD$  равны 5 и 15 ( $AD > BC$ ). (а) Найдите длину отрезка, отсекаемого диагоналями на средней линии.  
(б) Найдите длину отрезка  $MN$ , концы которого делят стороны  $AB$  и  $CD$  в отношении  $AM : MB = DN : NC = 1 : 5$ .
5. На стороне  $AD$  параллелограмма  $ABCD$  взята точка  $P$  так, что  $AP : AD = 1 : n$ ;  $Q$  — точка пересечения прямых  $AC$  и  $BP$ . Докажите, что

$$AQ : AC = 1 : (n + 1).$$

6. На медиане  $AA_1$  треугольника  $ABC$  взята точка  $M$ , причём  $AM : MA_1 = 1 : 3$ . В каком отношении прямая  $BM$  делит сторону  $AC$ ?
7. Точки  $K$  и  $M$  лежат на сторонах  $AB$  и  $BC$  треугольника  $ABC$ , причём  $AK : BK = 3 : 2$ ,  $BM : MC = 3 : 1$ . Через точку  $B$  проведена прямая  $\ell$ , параллельная  $AC$ . Прямая  $KM$  пересекает прямую  $\ell$  в точке  $P$ , а прямую  $AC$  в точке  $N$ . Найдите  $BP$  и  $CN$ , если  $AC = 7$ .