

Адаптировать старые программы к новым машинам обычно означает заставить новые машины работать по-старому.

Алан Перлис.

Число сочетаний.

Определение. Количество способов выбрать k элементов из n имеющихся называется *числом сочетаний из n по k* . Обозначение C_k^n (читают Це из Эн по Ка).

1. Пользуясь определением, докажите, что:

(a) $C_n^0 = C_n^n = 1$;

(b) $C_n^1 = C_n^{n-1} = n$;

(c) $C_n^{n-k} = C_n^k$;

(d) $C_n^k + C_n^{k+1} = C_{n+1}^{k+1}$;

(e) $C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^{n-1} + C_n^n = 2^n$.

2. Сколькими способами учитель может выбрать команду для матбоя, состоящую из 6 человек, если в классе 24 ученика.

3. Сколькими способами учитель может выбрать команду для матбоя, состоящую из k человек, если в классе n учеников.

4. Докажите формулу: $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.

5. Докажите пункты из задачи 1, используя формулу из задачи 4:

(a) a , b и c ; (b) d .

6. Сколькими есть способов пройти из левой нижней клетки прямоугольника 5×9 в правую верхнюю, если можно ходить только вверх и вправо?

7. 22 дерева растут по кругу. Сколько существует способов натянуть между ними две одинаковых верёвки так, чтоб они не пересекались? (Если концы верёвок привязаны к одному дереву, то они тоже пересекаются!)