

Остатки. Продолжение.

То, что повторяется часто, уже не может болеть так сильно.

Эрих Мария Ремарк

1. Число a даёт остаток 2 при делении на 3 и остаток 3 при делении на 5. Какой остаток может давать число a при делении на 15? на 30?
2. Натуральное число a таково, что $a + 2$ делится на 5. Докажите, что $7a + 4$ также делится на 5.
3. Найдите остаток от деления:
(a) 50^{50} на 7;
(b) $2020^{2019} + 2019^{2020}$ на 3;
(c) 444^{444} на 7.
4. Докажите, что $123^{128} + 4^{666}$ делится на 17.
5. Найдите все натуральные n , при которых $2^n + 33$ — точный квадрат.
6. Нарисуйте таблицу остатков для квадратов и кубов при делении на:
(a) 3, 4, 5;
(b) 7, 8.
7. a, b — натуральные числа, такие, что $a^2 + b^2$ делится на 21. Докажите, что $a^2 + b^2$ делится на 441.
8. (a) Числа $p, p + 10$ и $p + 14$ — простые. Найдите p .
(b) Числа $p, 2p + 1$ и $4p + 1$ — простые. Найдите p .