

Остатки

Вы хотите провести остаток жизни, продавая газировку, или хотите изменить мир?

Стив Джобс

Если при делении M на N с остатком получили частное q и остаток r ($0 \leq r < N$), то M можно представить в виде: $M = qN + r$.

Свойства остатков:

0. Если при делении M_1 на N получили остаток r_1 , а при делении M_2 на N получили остаток r_2 , то
 - (a) Докажите, что при делении $M_1 + M_2$ на N получится такой же остаток, как и при делении $r_1 + r_2$ на N
 - (b) Докажите, что при делении $M_1 \cdot M_2$ на N получится такой же остаток, как и при делении $r_1 \cdot r_2$ на N
1. Найдите остаток от деления:
 - (a) $2018 \cdot 2019 \cdot 2020 + 2021^3$ на 7
 - (b) $2019 + 2020^2 + 2021^3$ на 8.
2. Нарисуйте таблицу умножения остатков при делении на $n = 3, 4, 5$.
3. Решаем вместе: Докажите, что $n^3 + 2n$ делится на 3 при любом n .
4. Докажите, что
 - (a) $n^5 + 4n$ делится на 5 при любом натуральном n ;
 - (b) $n^2 + 1$ не делится на 3 ни при каком натуральном n ;
 - (c) $n^3 + 2$ не делится на 3 ни при каком натуральном n ;
 - (d) $n^3 - n$ делится на 24 при любом нечетном n ;
 - (e) $p^2 - 1$ делится на 24 при любом простом $p > 3$.
5. Найдите последнюю цифру числа:
 - (a) 2019^{2019} ;
 - (b) 2^{2019} ;
 - (c) 777^{777} .
6. Найдите остаток от деления:
 - (a) 2^{100} на 3;
 - (b) 3^{2020} на 7;
 - (c) $2222^{5555} + 5555^{2222}$ на 7.