

Деление с остатком.

Определение. Пусть a – целое число, b – натуральное число. Говорят, что a делится на b с остатком r , если $a = b \cdot q + r$, причём q – целое, и $0 \leq r < b$

0. Найдите остаток при делении (а) 258 на 53, (b) 2183 на 37, (c) -345 на 13, (d) 2331 на -29.
1. Пусть a при делении на 7 дает остаток 5. Какие остатки при делении на 7 дают числа (a) $a + 5$, (b) $a + 2014$, (c) $2a$, (d) $3a + 15$, (e) $-a$, (f) $-a + 6$?
2. Целые числа a , b и c дают при делении на 5 остатки 1, 2, 4 соответственно. Какие остатки при делении на 5 дают числа: (a) $a + b + c$; (b) $2a - 3b + 5c$?
3. Число a – четное. Каким может быть остаток от деления числа a на 6?
4. (a) Найдите наименьшее натуральное число, которое при делении на 5 дает остаток 4, при делении на 7 дает остаток 6, а при делении на 11 – остаток 10. (b) Найдите наименьшее натуральное число, которое делится на 3, при делении на 25 дает остаток 22, при делении на 10 – остаток 7.
5. Дети делили апельсины. Оказалось, что ни на 5, ни на 3, ни на 4 человека апельсины не делятся поровну. Но когда попугай Кеша съел один из апельсинов, оставшееся количество уже можно было поделить и на 5, и на 3 человека, а на 4 все еще нет. Сколько же было апельсинов, если известно, что их было меньше 40?
6. (a) Найдите все натуральные числа, при делении которых на 7 в неполном частном получится то же число, что и в остатке. (b) На какие натуральные числа можно разделить число 1001 так, что неполное частное будет равно остатку.
7. При делении некоторого числа m на 13 и 15 получили одинаковые частные, но первое деление было с остатком 8, а второе без остатка. Найдите число m .
8. Максим задумал натуральное число и нашел его остатки при делении на 3, 6 и 9. Сумма этих остатков оказалась равна 15. Найдите остаток от деления задуманного числа на 18.
9. Маша поссорилась с Петей, поэтому решила порвать его фотографию. Сначала она разорвала ее на 8 кусков. Потом взяла один из кусочков и разорвала его еще на 8 кусков, затем снова взяла один из кусочков и разорвала на 8, и так далее. Успокоившись, Машенька пересчитала кусочки. (a) Могло ли их оказаться ровно 2019 кусочков? (b) Какое наименьшее число кусочков могло получиться, если известно, что их количество выражается четырёхзначным числом?
10. В верхнем углу таблицы 5×5 стоит число 1. Остальные клетки пусты. В них вписывают числа по следующему правилу: если в какой-то клетке стоит число a , то в соседнюю пустую клетку можно записать либо число $4a$, либо число $(a - 12)$, либо число $(a + 3)$. Так заполнили числами все клетки. Может ли оказаться сумма чисел стала равной нулю?