

## Деление с остатком.

**Определение.** Пусть  $a$  – целое число,  $b$  – натуральное число. Говорят, что  $a$  делится на  $b$  с остатком  $r$ , если  $a = b \cdot q + r$ , причём  $q$  – целое, и  $0 \leq r < b$

0. Найдите остаток при делении (а) 258 на 53, (б) 2183 на 37, (с) -345 на 13, (д) 2331 на -29.
1. Пусть  $a$  при делении на 7 дает остаток 5. Какие остатки при делении на 7 дают числа (а)  $a + 5$ , (б)  $a + 2014$ , (с)  $2a$ , (д)  $3a + 15$ , (е)  $-a$ , (ф)  $-a + 6$ ?
2. Целые числа  $a$ ,  $b$  и  $c$  дают при делении на 5 остатки 1, 2, 4 соответственно. Какие остатки при делении на 5 дают числа: (а)  $a + b + c$ ; (б)  $2a - 3b + 5c$ ?
3. Число  $a$  – четное. Каким может быть остаток от деления числа  $a$  на 6?
4. (а) Найдите наименьшее натуральное число, которое при делении на 5 дает остаток 4, при делении на 7 дает остаток 6, а при делении на 11 – остаток 10. (б) Найдите наименьшее натуральное число, которое делится на 3, при делении на 25 дает остаток 22, при делении на 10 – остаток 7.
5. Дети делили апельсины. Оказалось, что ни на 5, ни на 3, ни на 4 человека апельсины не делятся поровну. Но когда попугай Кеша съел один из апельсинов, оставшееся количество уже можно было поделить и на 5, и на 3 человека, а на 4 все еще нет. Сколько же было апельсинов, если известно, что их было меньше 40?
6. (а) Найдите все натуральные числа, при делении которых на 7 в неполном частном получится то же число, что и в остатке. (б) На какие натуральные числа можно разделить число 1001 так, что неполное частное будет равно остатку.
7. При делении некоторого числа  $m$  на 13 и 15 получили одинаковые частные, но первое деление было с остатком 8, а второе без остатка. Найдите число  $m$ .
8. Максим задумал натуральное число и нашел его остатки при делении на 3, 6 и 9. Сумма этих остатков оказалась равна 15. Найдите остаток от деления задуманного числа на 18.
9. Маша поссорилась с Петей, поэтому решила порвать его фотографию. Сначала она разорвала ее на 8 кусков. Потом взяла один из кусочков и разорвала его еще на 8 кусков, затем снова взяла один из кусочков и разорвала на 8, и так далее. Успокоившись, Машенька пересчитала кусочки. (а) Могло ли их оказаться ровно 2019 кусочков? (б) Какое наименьшее число кусочков могло получиться, если известно, что их количество выражается четырёхзначным числом?
10. В верхнем углу таблицы  $5 \times 5$  стоит число 1. Остальные клетки пусты. В них вписывают числа по следующему правилу: если в какой-то клетке стоит число  $a$ , то в соседнюю пустую клетку можно записать либо число  $4a$ , либо число  $(a - 12)$ , либо число  $(a + 3)$ . Так заполнили числами все клетки. Может ли оказаться сумма чисел стала равной нулю?