

Давно не было разнобоя

1. Могут ли степени вершин в графе быть равны:

(а) 1, 2, 2, 2, 2, 3

(б) 8, 6, 5, 3, 2

(с) 7, 3, 3, 3, 3, 3, 4, 1?

Степень вершины графа – число выходящих из вершины рёбер.

2. Отрезок EF пересекается с отрезком KM в точке C так, что $EC = CF$. Оказалось, что $KE \parallel FM$ и $KE = 8$. Найдите величину отрезка FM .

3. В графе из каждой вершины выходит по три ребра. Может ли в нём быть 2020 рёбер?

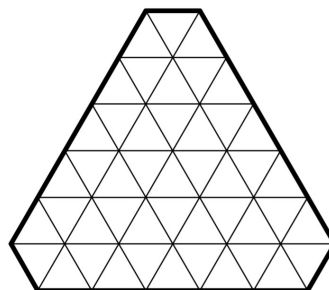
4. В строчку написано несколько минусов. Два игрока по очереди переправляют один или два соседних минуса на плюс. Выигрывает переправивший последний минус. Кто выигрывает при правильной игре: первый или второй игрок?

5. Докажите, что числа вида $10017, 100117, 1001117, \dots$ делятся на 53.

6. Для игры в шляпу Надя хочет разрезать лист бумаги на 48 одинаковых прямоугольников. Какое наименьшее количество разрезов ей придется сделать, если любые куски бумаги можно перекладывать, но нельзя сгибать, а Надя способна резать одновременно сколько угодно слоёв бумаги? (Каждый разрез – прямая линия от края до края куска.)

7. Биссектрисы треугольника ABC пересекаются в точке O . Через точку O проходят две прямые, которые параллельны прямым AB и AC и пересекаются с BC в точках D и E . Докажите, что периметр треугольника OED равен отрезку BC .

8. Можно ли разрезать шестиугольник на рисунке на 23 равные фигуры.



9. Пётр родился в XIX веке, а его брат Павел – в XX веке. Однажды братья встретились на праздновании своего общего дня рождения. Пётр сказал: «Мой возраст равен сумме цифр года моего рождения». «Мой тоже», – ответил Павел. На сколько лет Павел младше Петра?