

## Здравствуйте, Граф!

**Граф** – это множество точек (для удобства изображения — на плоскости) и попарно соединяющих их линий (не обязательно прямых). Точки называются **вершинами**, линии – **рёбрами**. В графе важен только факт наличия связи между двумя вершинами. От способа изображения этой связи структура графа не зависит.

**Степень вершины** – количество выходящих из неё рёбер. Вершина степени 0 называется **изолированной**.

Графы, совпадающие с точностью до движения вершин по плоскости, называются **изоморфными**.

1. В деревне 9 домов. Известно, что у Алмаза соседи Илья и Даня, Миша сосед Илье и Саше, Вика – Паше и Никите, а также по соседству живут Кирилл с Никитой, Илья с Сашей, Кирилл с Пашей, Саша с Даней и больше соседей в означенной деревне нет (соседними считаются дворы, у которых есть общий участок забора).
  - (а) Может ли Алмаз огородами пробраться к Никите за яблоками?
  - (б) Постройте ещё 2 графа, изоморфных тому, что вы использовали в первом пункте.
2. В стране Цифра есть 9 городов с названиями 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Путешественник заметил, что два города соединены авиалинией в том и только в том случае, если двузначное число, составленное из цифр-названий делится на три. Можно ли добраться из города 1 в город 9?
3. (а) На День рождения к Андрею пришли Вася, Глеб, Даша, Митя, Петя, Соня и Тимур. Покажите, как восьмерых ребят можно рассадить за круглый стол, чтобы у любых двух, сидящих рядом, в именах встречались одинаковые буквы.
  - (б) Получится ли рассадить детей по правилам первого пункта, если вместо Сони придет Вова?
4. Из доски  $4 \times 4$  вырезаны угловые клетки. Может ли шахматный конь обойти всю доску и вернуться на исходную клетку, побывав в каждой клетке ровно один раз?
5. В трех вершинах правильного пятиугольника расположили по фишке. Разрешается двигать их по диагонали на свободное место. Можно ли такими действиями добиться, чтобы одна из фишек вернулась на первоначальное место, а две другие поменялись местами?
6. (а) Выпишите в ряд цифры от 1 до 9 так, чтобы число, составленное из двух соседних цифр, делилось либо на 7, либо на 13.
  - (б) Можно ли их так выписать в ряд, чтобы последнее число было равно 1?
  - (с) Можно ли их выписать в ряд, чтобы последнее число было равно 5?

(d) Можно ли их выписать в ряд, чтобы последнее число было отлично от 1, 5 и 6?

(e) Сколькими способами их можно выписать в ряд, чтобы соблюдались правила?