

## Давайте поиграем

Будем говорить, что у игрока есть **выигрышная стратегия**, если он может выиграть вне зависимости от ходов своего противника.

Игроки достаточно умны для того, чтобы в случае существования у них выигрышной стратегии пользоваться ей, а не давать выиграть другому.

Вопрос: «**Кто выигрывает при правильной игре?**» нужно понимать как «**У кого из игроков есть выигрышная стратегия?**»

0. На круглый стол два игрока по очереди выкладывают одинаковые монеты. Касания возможны, наложения – нет. Проигрывает тот, кому некуда класть монету. Кто выигрывает при правильной игре?
1. (а) Даны две кучки по 2020 камней. Играют двое. За ход можно взять любое количество камней от 1 до 199, но только из одной кучки. Проигрывает тот, кто не может сделать хода. Кто выигрывает при правильной игре, и как он должен играть? (б) То же, но в одной кучке 2020 камней, а в другой – 2019.
2. В коробке лежат 73 конфеты. За один ход можно взять 1, 2, 3 или 4 конфеты. Кто выигрывает при правильной игре, если выигрывает тот, кто берёт последнюю конфету?
3. Есть  $n$  конфет. За один ход разрешается съесть от 1 до 10 конфет. Кому нечего есть – проигрывает. При каких  $n$  выигрывает первый игрок?
4. На одном конце полосы  $1 \times 100$  стоит черная, а на другом белая шашка. Двое по очереди двигают каждый свою шашку (первый – черную, второй – белую) на 1, 2, 3 или 4 клетки в направлении шашки соперника (перескакивать через чужую шашку запрещается). Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выигрывает при правильной игре?
5. Имеется плитка шоколада  $6 \times 9$ . Играют двое. Первый ломает шоколадку на две части, затем второй ломает одну из частей ещё на две и т.д. Выигрывает тот, кто отломит дольку  $1 \times 1$ . Кто выигрывает при правильной игре?
6. В куче 21 камень. За один ход разрешается взять 2, 4, 7 камней. Кому нечего брать – проигрывает. Кто выигрывает при правильной игре?
7. На шахматной доске стоит ладья. Два игрока по очереди делают ходы этой ладьей, причем ее разрешается двигать только влево или вниз (на любое число клеток). Проигрывает тот, кто не может сделать ход. При каких начальных положениях ладьи выигрышную стратегию имеет первый игрок, а при каких – второй?
8. В начале игры на доске написано число 0. Два игрока ходят по очереди. За ход игрок прибавляет к написанному числу любое натуральное число, не превосходящее 10, и результат записывает на доску вместо исходного числа. Выигрывает тот, кто первым получит трехзначное число. Кто выигрывает при правильной игре?