

## Принцип Дирихле

**Принцип Дирихле.** *Если рассадить  $k+1$  кроликов по  $k$  клеткам, найдется клетка, в которой будет сидеть хотя бы 2 кролика.*

1. На кружках в 444 школе учится 444 ребенка. Докажите, что хотя бы двое из них отмечают день рождения в один и тот же день.
2. В лесу растет миллион ёлок. Известно, что на каждой из них не более 600000 иголок. Докажите, что есть две ёлки с одинаковым количеством иголок.
3. В ковре размером  $4 \times 4$  метра моль проела 15 дырок. Докажите, что из него можно вырезать коврик размером  $1 \times 1$  метр, не содержащий внутри себя дырок. (Дырки считайте точечными.)

**Обобщенный принцип Дирихле.** *Если рассадить  $nk+1$  кроликов по  $k$  клеткам, найдется клетка, в которой будет сидеть хотя бы  $n+1$  кролик.*

4. Обязательно ли среди двадцати пяти монет (т.е. монет достоинством 1, 2, 5 или 10 руб.) найдётся семь монет одинакового достоинства?
5. В Москве проживает более 10 000 000 человек. На голове у каждого человека не может быть более 300 000 волос. Докажите, что наверняка найдутся 34 москвича с одинаковым числом волос на голове.
6. Квадрат  $8 \times 8$  разрежали по линиям сетки на 11 прямоугольников так, что длина каждой стороны любого прямоугольника не меньше, чем две клетки. Докажите, что среди этих прямоугольников есть квадрат.
7. Имеется 101 разноцветная пуговица. Докажите, что среди них обязательно найдется либо 11 пуговиц одного цвета, либо 11 пуговиц разных цветов.
8. На шахматной доске разместили 17 фишек, каждая в своей клетке. Правда ли, что обязательно найдется пара фишек, соседствующих по стороне или диагонали?
9. В кинотеатре семь рядов по 10 мест каждый. Группа из 50 детей сходила на утренний сеанс, а потом на вечерний. Докажите, что найдутся двое детей, которые на утреннем сеансе сидели в одном ряду и на вечернем тоже сидели в одном ряду.