

Доказательство от противного

1. На балу все дамы танцевали первый тур вальса, при этом каждый военный танцевал с блондинкой. Докажите, что каждая брюнетка танцевала первый тур вальса со штатским.
2. По кругу лежит 55 шариков двух цветов. Докажите, что найдутся два соседних шарика одного цвета.
3. В компании из семи мальчиков каждый имеет среди остальных не менее трёх братьев. Докажите, что все семеро — братья.
4. В лаборатории в течение месяца рождались хомячки. Всего родилось 65 малышей. Докажите, что среди них есть трое, родившиеся в один день.
5. На русско-французской встрече не было представителей других стран. Суммарное количество денег у французов оказалось больше суммарного количества денег у россиян, и суммарное количество денег у женщин оказалось больше суммарного количества денег у мужчин. Обязательно ли на встрече была француженка?
6. В вершинах куба расставлены числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8. Докажите, что есть ребро, числа на концах которого отличаются не менее, чем на 3.
7. На двух карточках записаны четыре различные цифры — по одной с каждой стороны карточки. Может ли оказаться так, что всякое двузначное число, которое можно сложить из этих карточек, будет простым?
(a) Можно (b) Нельзя
переворачивать цифры, т. е. делать из цифры 6 цифру 9 и наоборот.
8. За круглым столом сидят 25 мальчиков и 25 девочек. Докажите, что у кого-то из сидящих за столом
(a) соседи одного пола;
(b) оба соседа — мальчики.
9. Узлы квадратной сетки покрашены в два цвета. Докажите, что найдётся прямоугольный треугольник с одноцветными вершинами.