

Параллелограмм

Геометрией он занялся поздно; кто-то спросил: «Разве теперь время для этого?» — «Неужели еще не время?» — переспросил Лакид.

Лакид Киренский

Определение. Параллелограмм — четырехугольник, противоположные стороны которого равны и параллельны.

Свойства параллелограмма:

- (a) Противоположные стороны равны и противоположные углы равны;
- (b) Углы, прилежащие к одной стороне, в сумме дают 180° ;
- (c) Диагонали точкой пересечения делятся пополам.

Признаки параллелограмма:

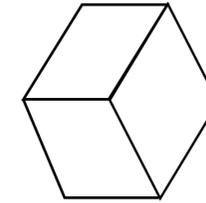
Если у четырехугольника...

- (a) ...две стороны равны и параллельны;
- (b) ...противоположные стороны попарно равны;
- (c) ...диагонали точкой пересечения делятся пополам;
- (d) ...если противоположные углы попарно равны;

То этот четырехугольник — параллелограмм.

1. Две стороны четырехугольника параллельны, а одна его диагональ делит другую пополам. Докажите, что данный четырехугольник — параллелограмм.
2. Биссектриса угла параллелограмма делит сторону параллелограмма на отрезки, равные a и b . Найдите стороны параллелограмма.
3. Через каждую вершину треугольника ABC параллельно его противоположной стороне провели прямую. Эти прямые образовали новый треугольник. Докажите, что вершины старого треугольника являются серединами сторон нового.
4. Биссектрисы двух углов при одной стороне параллелограмма делят другую его сторону на три равные части. Найдите отношение сторон параллелограмма.
5. На сторонах AB, BC, CD, DK параллелограмма $ABCD$ выбрали точки K, L, M, N соответственно так, что $AK = CM, BL = DN$. Докажите, что
 - (a) $BLDN$ и $BMDK$ — параллелограммы.
 - (b) Докажите, что $KLMN$ — параллелограмм.
 - (c) Докажите, что четырехугольник с вершинами в точках пересечения прямых AL, BM, CN и DK — параллелограмм.

6. В треугольнике ABC биссектриса угла A пересекает сторону BC в точке D ; прямая, проведенная через точку D параллельно CA , пересекает сторону AB в точке E ; прямая, проведенная через точку E параллельно BC , пересекает сторону AC в F . Докажите, что $EA = FC$.
7. Противоположные стороны шестиугольника попарно равны и параллельны. Докажите, что отрезки, соединяющие противоположные вершины, пересекаются в одной точке.
8. Из трех параллелограммов составили шестиугольник, как показано на рисунке. Докажите, что этот шестиугольник можно разбить на три параллелограмма по-другому.



В этом листочке 10 задач. При решении любых 8 задач из 10 будет выдана добавка!