

Рассуждения в графах

Как могла выглядеть картинка?

1. Семь семиклассников играли в шахматы. Известно, что Кирилл сыграл шесть партий, Влад — пять, Саша и Рома — по три, Игорь и Юра — по две, Катя — одну. Кто с кем сыграл?

Допустим, найдутся двое незнакомых...

2. В стране Матвертикалия 21 город, некоторые из которых соединены дорогами. Из каждого города выходит хотя бы 10 дорог. Докажите, что из каждого города можно добраться до любого другого (возможно, проезжая другие города).

Посчитайте двумя способами

3. В школе каждый семиклассник дружит с 5 восьмиклассниками, а каждый восьмиклассник — с 7 семиклассниками. Кого в школе больше: восьмиклассников или семиклассников?

Разной

4. Существует ли 8-вершинный граф, степени которого равны:
(а) 7, 7, 5, 4, 4, 2, 2, 1; (б) 7, 3, 3, 3, 3, 2, 2, 1; (с) 7, 5, 5, 5, 4, 3, 2, 2?
5. На клетчатом листе закрасили 25 клеток. Может ли каждая из них иметь нечётное число закрашенных соседей?
6. В классе 10 девочек и 17 мальчиков. Каждый мальчик знает хотя бы 5 девочек, а каждая девочка знает хотя бы 9 мальчиков. Докажите, что можно выстроить живую цепочку, в которой любые два соседа знакомы, между
(а) Машей и Ириной; (б) Мишей и Андреем; (с) Катей и Иваном.
7. На кружки ходят 24 семиклассника, при этом каждый знает хотя бы 12 других. Докажите, что можно выбрать из них четыре человека и посадить их за круглый стол так, чтобы каждый знал двух своих соседей.
8. В супервертикали учатся 20 человек, при этом, какую бы тройку людей мы ни взяли, в ней всегда найдутся двое знакомых. Докажите, что кто-то в этой группе знает хотя бы 9 человек.
9. Каждый из 114 учащихся дружит хотя бы с 76 другими. Докажите, что тогда среди них найдутся четверо, имеющие одинаковое число знакомых.
10. В компании у каждого двух людей ровно пять общих знакомых. Докажите, что количество пар знакомых делится на 3.

Если вы вдруг решили все – есть добавка!