

Принцип Дирихле

Принцип Дирихле. *Если рассадить $nk+1$ кроликов по k клеткам, найдется клетка, в которой будет сидеть хотя бы $n+1$ кролик.*

1. Обязательно ли среди двадцати пяти монет (т.е. монет достоинством 1, 2, 5 или 10 руб.) найдётся семь монет одинакового достоинства?
2. В Москве проживает более 10 000 000 людей. На голове у каждого человека не может быть более 300 000 волос. Докажите, что наверняка найдутся 34 москвича с одинаковым числом волос на голове.
3. Квадрат 8×8 разрезали по линиям сетки на 11 прямоугольников так, что длина каждой стороны любого прямоугольника не меньше, чем две клетки. Докажите, что среди этих прямоугольников есть квадрат.
4. Имеется 101 разноцветная пуговица. Докажите, что среди них обязательно найдется либо 11 пуговиц одного цвета, либо 11 пуговиц разных цветов.
5. На шахматной доске разместили 17 фишек, каждая в своей клетке. Правда ли, что обязательно найдется пара фишек, соседствующих по стороне или диагонали?
6. В кинотеатре семь рядов по 10 мест каждый. Группа из 50 детей сходилa на утренний сеанс, а потом на вечерний. Докажите, что найдутся двое детей, которые на утреннем сеансе сидели в одном ряду и на вечернем тоже сидели в одном ряду.
7. 10 друзей послали друг другу праздничные открытки, так что каждый послал пять открыток. Докажите, что найдутся двое, которые послали открытки друг другу.
8. В клетчатом прямоугольнике 5×6 закрашено 19 клеток. Докажите, что в нем можно выбрать квадрат 2×2 , в котором закрашено не менее трех клеток.
9. Можно ли покрыть квадрат 3×3 тремя квадратами 2.99×2.99 ?