

Доказательство от противного

1. В компании из семи мальчиков каждый имеет среди остальных не менее трёх братьев. Докажите, что все семеро — братья.
2. На русско-французской встрече не было представителей других стран. Суммарное количество денег у французов оказалось больше суммарного количества денег у россиян, и суммарное количество денег у женщин оказалось больше суммарного количества денег у мужчин. Обязательно ли на встрече была француженка?
3. В вершинах куба расставлены числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8. Докажите, что есть ребро, числа на концах которого отличаются не менее, чем на 3.
4. На двух карточках записаны четыре различные цифры — по одной с каждой стороны карточки. Может ли оказаться так, что всякое двузначное число, которое можно сложить из этих карточек, будет простым?
(a) Можно (b) Нельзя
переворачивать цифры, т. е. делать из цифры 6 цифру 9 и наоборот.
5. За круглым столом сидят 25 мальчиков и 25 девочек. Докажите, что у кого-то из сидящих за столом
(a) соседи одного пола;
(b) оба соседа — мальчики.
6. Узлы квадратной сетки покрашены в два цвета. Докажите, что найдётся прямоугольный треугольник с одноцветными вершинами.
7. 10 школьников на олимпиаде решили 35 задач, причем известно, что среди них есть школьники, решившие ровно одну задачу, школьники, решившие ровно две задачи и школьники, решившие ровно три задачи. Докажите, что есть школьник, решивший не менее пяти задач.
8. Среди любых десяти из шестидесяти ребят найдутся трое одноклассников. Докажите, что среди всех них найдутся 15 одноклассников.