

Принцип крайнего

1. Зайчиха купила для своих семерых зайчат семь барабанов разных размеров и семь пар палочек разной длины. Если зайчонок видит, что у него и барабан больше, и палочки длиннее, чем у кого-то из братьев, он начинает громко барабанить. Какое наибольшее число зайчат сможет начать барабанить?

2. Задача 6 из листочка про инварианты.

Задачи для самостоятельного решения

1. На кружке 7 класса вместо занятия прошло соревнование по перетягиванию каната. В результате все оказались занесены в список по убыванию силы. Матвей задумался: верно ли, что любые трое перетянут любых двоих. Как ему установить это за одно перетягивание?

2. По кругу выписано несколько натуральных чисел, каждое из которых не меньше одного из соседних с ним. Докажите, что среди этих чисел точно есть хотя бы два равных.

3. По кругу выписано несколько чисел, каждое из которых равно среднему арифметическому двух соседних с ним. Докажите, что все эти числа равны.

4. На шахматной доске стоят несколько ладей. Обязательно ли найдется ладья, бьющая не более **(а)** трех **(б)** двух других? (Перепрыгивать через другие фигуры ладья не может.)

5. Шахматная доска разбита на доминошки. Докажите, что какие-то две доминошки образуют квадрат.

6. В стране есть несколько городов и несколько дорог с односторонним движением. Каждая дорога соединяет два города и не проходит через остальные. При этом, какие бы два города ни взять, хотя бы из одного из них можно проехать в другой, не нарушая правил движения. Докажите, что найдется город, из которого можно проехать в любой другой, не нарушая правил движения.

7. **(а)** Каждый из учеников класса в течение дня один раз посидел в библиотеке. Известно, что там каждый встретился с каждым. Докажите, что в некоторый момент все ученики были в библиотеке.

(б) За следующий день в библиотеке побывало 100 читателей, каждый по разу. Оказалось, что из любых трех по крайней мере двое там встретились. Докажите, что библиотекарь мог сделать важное объявление в такие два момента времени, чтобы все 100 читателей его услышали.

8. Маляр-хамелеон ходит по клетчатой доске на одну клетку по вертикали или горизонтали. Попав в очередную клетку, он либо перекрашивается в её цвет, либо перекрашивает клетку в свой цвет. Белого маляра-хамелеона кладут на чёрную доску размерами 8×8 . Сможет ли он раскрасить её в шахматном порядке?