

## Остатки. Продолжение.

1. Числа 2146, 1991 и 1805 дают одинаковые остатки при делении на натуральное число  $n$ . Найдите  $n$ .
2. Натуральное число  $a$  таково, что  $a + 2$  делится на 5. Докажите, что  $47a + 44$  также делится на 5.
3. Какие остатки может давать квадрат натурального числа при делении на 3? На 4? На 8? на 9? Нарисуйте четыре таблички с двумя строками (остаток числа и его квадрата).

**При решении следующих задач держите таблички перед собой!**

**Тот факт, что среди остатков квадратов встречаются не все возможные остатки, часто помогает в решении задач.**

4. (а) Докажите, что для нечетного  $n$  число  $n^2 + 3$  делится на 4.  
(б) Докажите, что  $n^3 + 5$  не делится на 9.  
(с) Докажите, что  $n^5 - n^3$  делится на 8.
5. Натуральные числа  $x, y, z$  таковы, что  $x^2 + y^2 = z^2$ . Докажите, что хотя бы одно из них делится на 3.
6. (а) Известно, что  $a^2 + b^2 : 3$ . Докажите, что оно делится и на 9;  
(б) Известно, что  $a^2 + b^2 : 7$ . Докажите, что оно делится и на 49.
7. Целые числа  $x, y, z, t$  таковы, что  $x^2 + y^2 = 3(z^2 + t^2)$ .  
(а) Докажите, что  $x$  и  $y$  кратны 3.  
(б) Докажите, что все четыре числа кратны 3.
8. Докажите, что квадрат натурального числа, большего 10, не может быть составлен только из цифр (а) 1; (б) 1, 5 и 9.