

Медиана в прямоугольном треугольнике

Факт. В прямоугольном треугольнике медиана, проведенная к гипотенузе, равна ее половине.

Факт. Если медиана треугольника равна половине стороны, к которой проведена, то угол, из которого выходит эта медиана – прямой.

1. В треугольнике DEF проведена медиана DK . Найдите углы треугольника, если $\angle KDE = 70^\circ$, $\angle DKF = 140^\circ$.
2. В треугольнике ABC точки M и N – середины сторон AC и BC , а CH – высота. Докажите, что периметр четырехугольника $HNCM$ равен $AC + BC$.
3. В остроугольном треугольнике ABC отрезки BM и AH – медиана и высота, соответственно. Известно, что $2\angle MBC = \angle MCB$. Найдите сторону AC , если $BH = 4$.
4. В четырехугольнике $ABCD$ диагонали AC и BD перпендикулярны и пересекаются в точке O . Известно, что $\angle CAD = \angle CBD$.
 - (a) Докажите, что прямая, содержащая медиану OM треугольника BOC , перпендикулярна прямой AD .
 - (b) Докажите, что прямая, содержащая высоту OH треугольника OBC , делит отрезок AD пополам.
5. Дан прямоугольный треугольник ABC с прямым углом C . На отрезке AB отметили точку P так, что $CP = BC$. Оказалось, что отрезок CP пересекает биссектрису AK в её середине. Найдите углы треугольника ABC .
6. В четырехугольнике $ABCD$ углы B и D прямые, а диагонали AC и BD перпендикулярны. Докажите, что одна из диагоналей делит другую пополам.
7. Дан параллелограмм $ABCD$ с тупым углом C . Точка M – середина AB .
 - (a) Оказалось, что MC перпендикулярна CD . Докажите, что $AC = AD$.
 - (b) Оказалось, что $AC = AD$. Докажите, что MC перпендикулярна CD .